Α’ μέρος 21/09/23 12:00 – 13:30
Β’ μέρος 26/09/23 12:00 – 13:30
Διαδικτυακή παρακολούθηση

Κέντρο Υποστήριξης
Διδασκαλίας & Μάθησης
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Κύκλος Μάθησης: Παιδαγωγική γνώση περιεχομένου - Διδακτικά εργαλεία

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

Κέντρο Υποστήριξης
Διδασκαλίας & Μάθησης
Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο

Παιδαγωγική Γνώση Περιεχομένου-Διδακτικά Εργαλεία
Β΄ μέρος

Θανάσης Βελέντζας
Κάλλια Παυλοπούλου

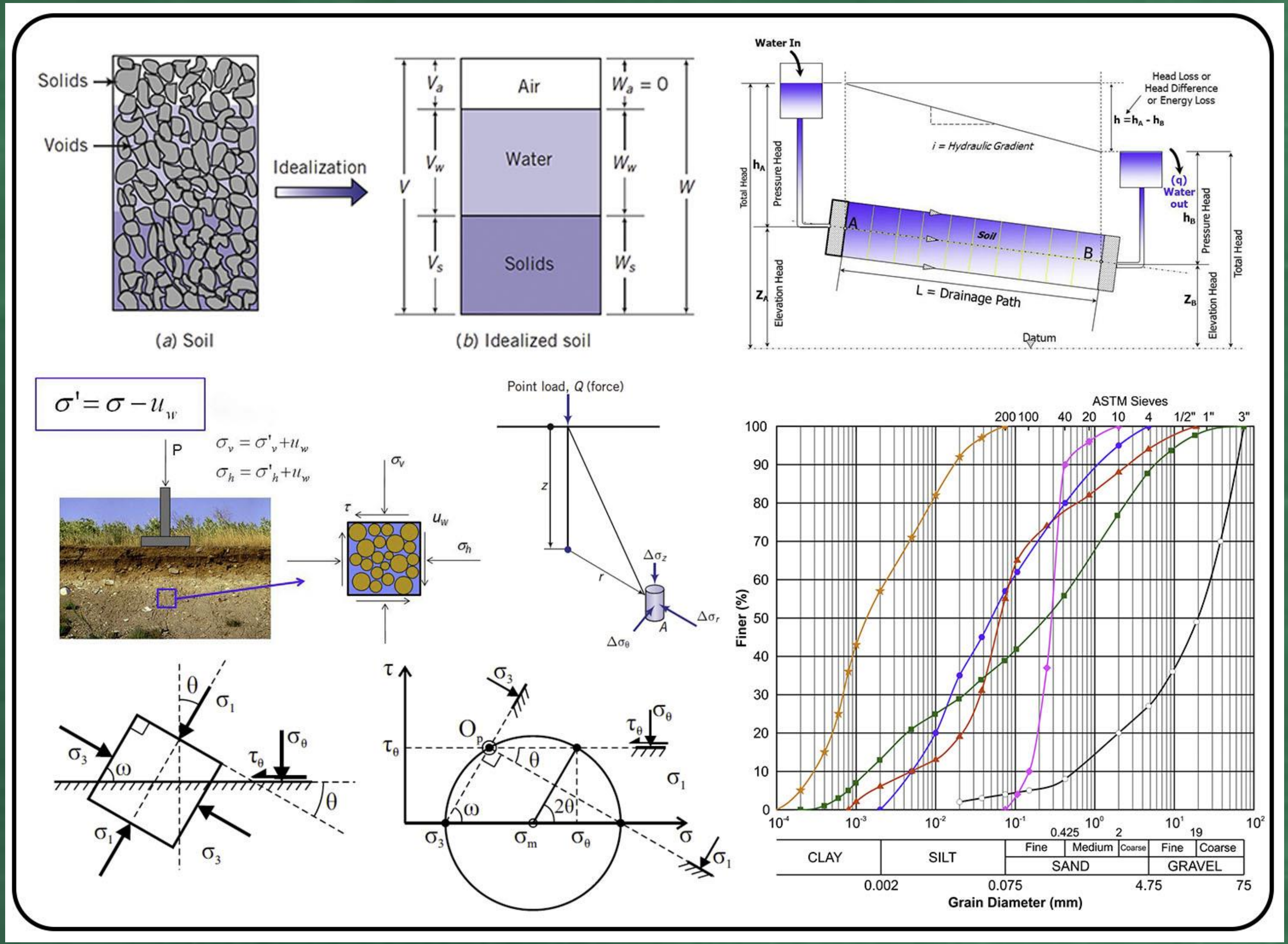
Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού, Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ 2014-2020
ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη


Μαθηματικά
Πληροφορική
Φυσική
Σχέδιο
Διδακτικά Εργαλεία
Περιβάλλον
Χημεία
Οικονομία
Φιλοσοφία

Αναπαραστάσεις



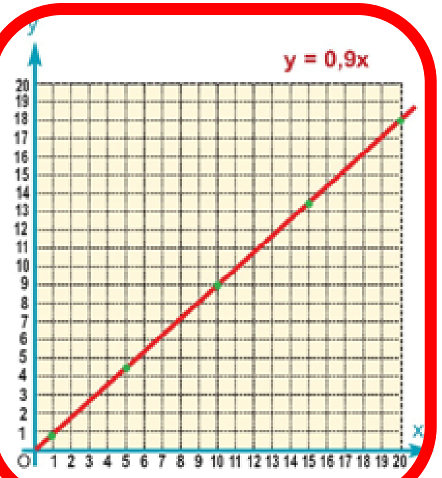
Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

πληρωμής y με την προσθήκη και των 10 €.

Χρόνος Ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής ομιλίας					
Πάγιο					
Συνολικό ποσό πληρωμής y					

Να εκφράσετε το νέο ποσό πληρωμής y ως συνάρτηση του χρόνου ομιλίας x και να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων.

γ) Τι σχέση έχουν οι δύο αυτές γραφικές παραστάσεις;



Λύση

α) Για x = 5 είναι y = 0,9 • 5 = 4,5 €. Ομοίως, βρίσκουμε τα υπόλοιπα ζεύγη του πίνακα.

Χρόνος ομιλίας x	1	5	10	15	20
Ποσό πληρωμής y	0,9	4,5	9	13,5	18

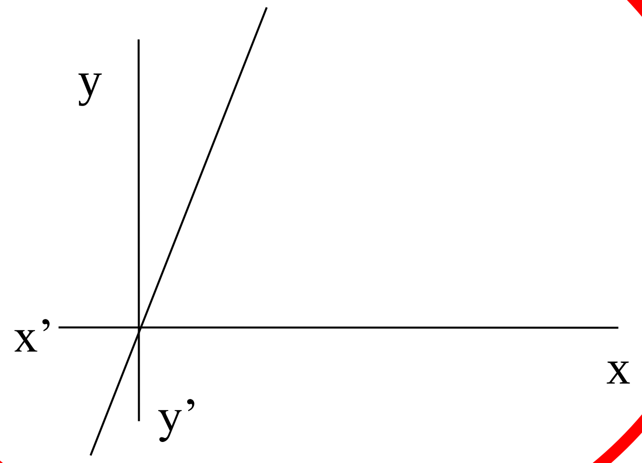
Παρατηρούμε ότι τα ποσά x και y είναι ανάλογα, γιατί $\frac{y}{x} = 0{,}9$ ή $\mathbf{y = 0{,}9x}$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης αυτής είναι μια ημιευθεία που αρχίζει από την αρχή των αξόνων και έχει κλίση 0,9, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

Συνάρτηση

$$\varphi: R \rightarrow R, \varphi(x) = 3x$$



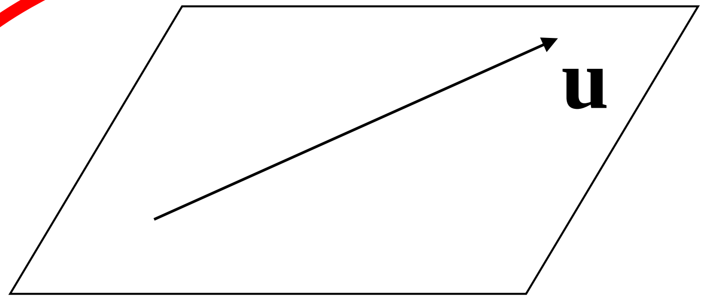
x	…	-1,3	-1	0	2	8/3	…
φ(x)	…	-3,9	-3	0	6	8	…

Σε κάθε πραγματικό αριθμό αντιστοιχούμε το τριπλάσιό του.

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

Διάνυσμα

$\boldsymbol{u} \in \boldsymbol{R}^2$



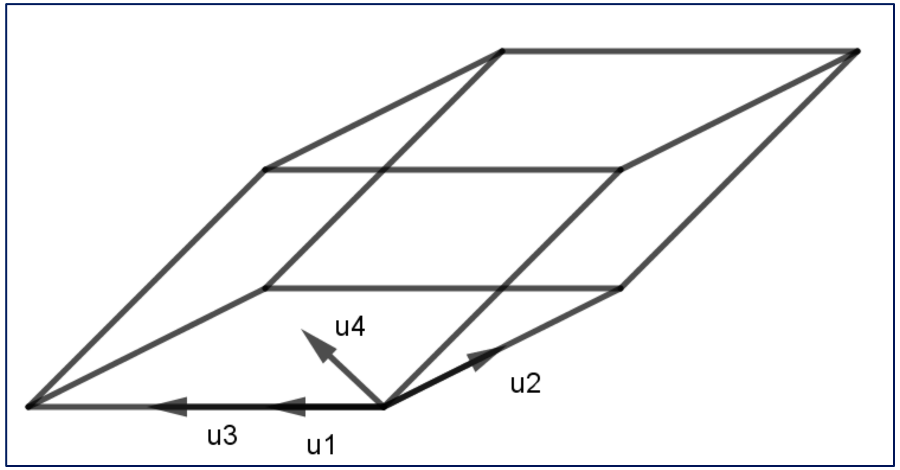
$$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline\end{array}$$

Ένα διάνυσμα $\boldsymbol{u}$ του επιπέδου.

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

Καταστάσεις διανυσμάτων στο χώρο των 3 διαστάσεων

- $\boldsymbol{u_1 \in \mathbb{R}^3, u_2 \in \mathbb{R}^3, u_3 \in \mathbb{R}^3, u_4 \in \mathbb{R}^3}$
- $\boldsymbol{u_1 = 1u_1 + 0u_2}$
- $\boldsymbol{u_2 = 0u_1 + 1u_2}$
- $\boldsymbol{u_3 = 0u_1 + ku_2, k \in \mathbb{R}}$
- $\boldsymbol{u_4 = au_1 + bu_2, a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R}}$



Σε μορφή πίνακα $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & k & b \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Τέσσερα διανύσματα του χώρου των τριών διαστάσεων….

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

Πώς να τα χρησιμοποιήσουμε όλα αυτά τα συστήματα αναπαράστασης;

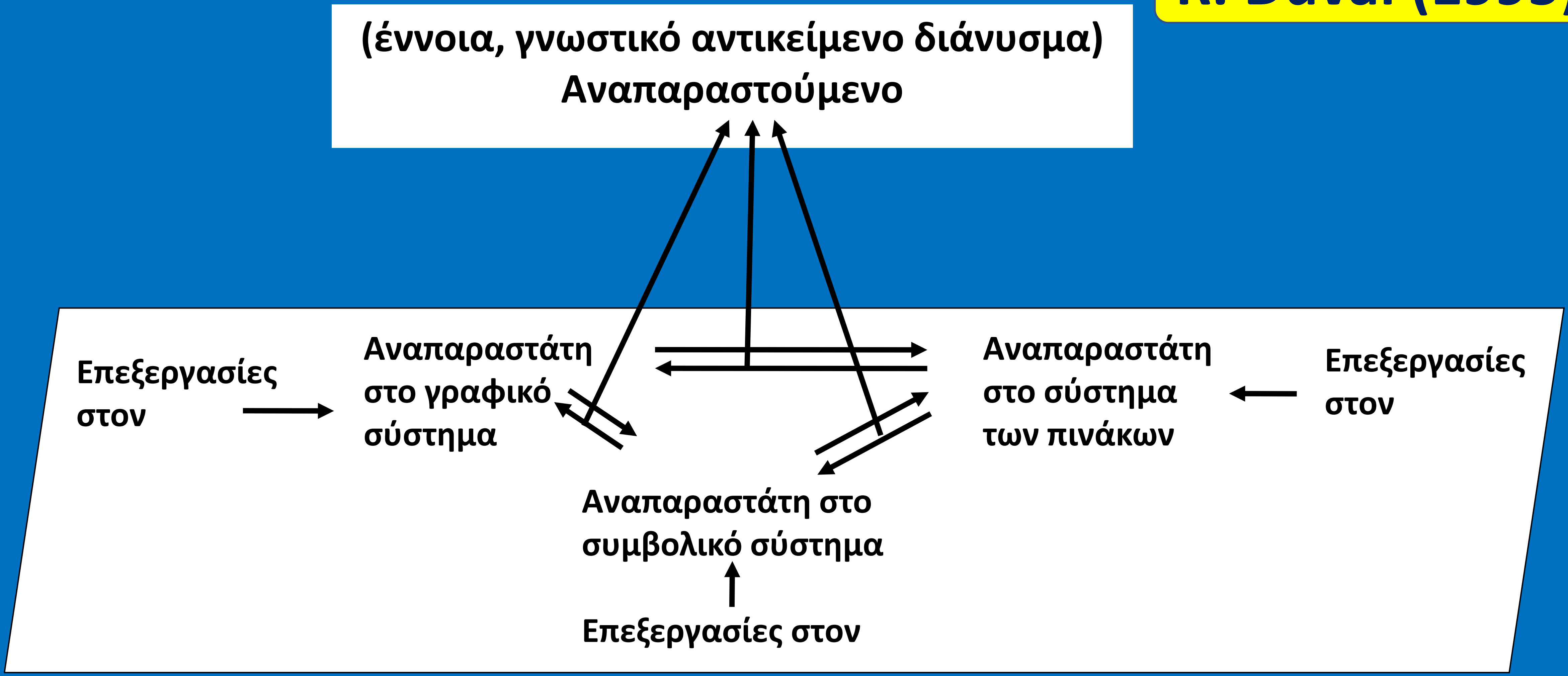
Σε κάποιο μαθητή ένα σύστημα αναπαράστασης μπορεί να είναι πιο «ομιλητικό» από κάποιο άλλο.

Να περιοριστούμε μόνο σε αυτό;

Τότε, όμως, μπορεί να προκαλέσουμε τη **σύγχυση** του γνωστικού αντικειμένου που ορίζουμε με έναν αναπαραστάτη του.

Οι σημειωτικές αναπαραστάσεις στα Μαθηματικά

R. Duval (1995)



Η φυσική γλώσσα και η συμβολική στα Μαθηματικά

Άλγεβρα

Φυσική γλώσσα	Συμβολική
Έστω Ε ένα σύνολο εφοδιασμένο με μια εσωτερική πράξη.	(Ε, +): + : Ε x Ε → Ε
Έστω Ε ένα σύνολο εφοδιασμένο με μια εσωτερική **προσεταιριστική** πράξη.	(Ε, +): + : Ε x Ε → Ε **$\forall$ u $\in$ E, $\forall$ v $\in$ E, $\forall$ w $\in$ E** **(u+v)+w = u + (v + w)**

Η φυσική γλώσσα και η συμβολική στα Μαθηματικά

Επίλυση προβλήματος

Το γινόμενο ενός αριθμού με το 3

Το τριπλάσιο ενός αριθμού

Ένας αριθμός πολλαπλασιασμένος με το 3

$$3 \cdot x$$

Πολλαπλές δυνατότητες έκφρασης στη φυσική γλώσσα:

Η φυσική γλώσσα και η συμβολική στα Μαθηματικά

Ιδιαιτερότητες στο πέρασμα από το ένα σύστημα στο άλλο

$$5 \cdot x + 3$$

Γλώσσα Συμβολική

Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά 3

Γλώσσα Φυσική

Το πενταπλάσιο ενός αριθμού αυξημένου κατά 3

Μια μικρή αλλαγή στην αναπαράσταση στη φυσική γλώσσα …

$$5 \cdot (x + 3)$$

Γλώσσα Συμβολική

Παράδειγμα στη Γραμμική Άλγεβρα:

Παράδειγμα περάσματος από επίπεδο της φυσικής γλώσσας στο επίπεδο της συμβολικής γραφής: ορισμός του διανυσματικού υποχώρου

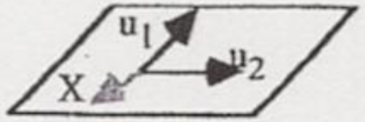
Έστω V ένα $\boxed{\text{μή κενό}}$ υποσύνολο ενός δ.χ.Ε. $\rightarrow$ $V \subset E$

μή κενό $\rightarrow$ $V \neq \varnothing$

Λέμε ότι ο V είναι ένας διανυσματικός υποχώρος του E

αν είναι σταθερός ως προς τους γραμμικούς συνδυασμούς $\rightarrow$ $\forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}, \forall x \in V, \forall y \in V$
$\lambda x + \mu y \in V$

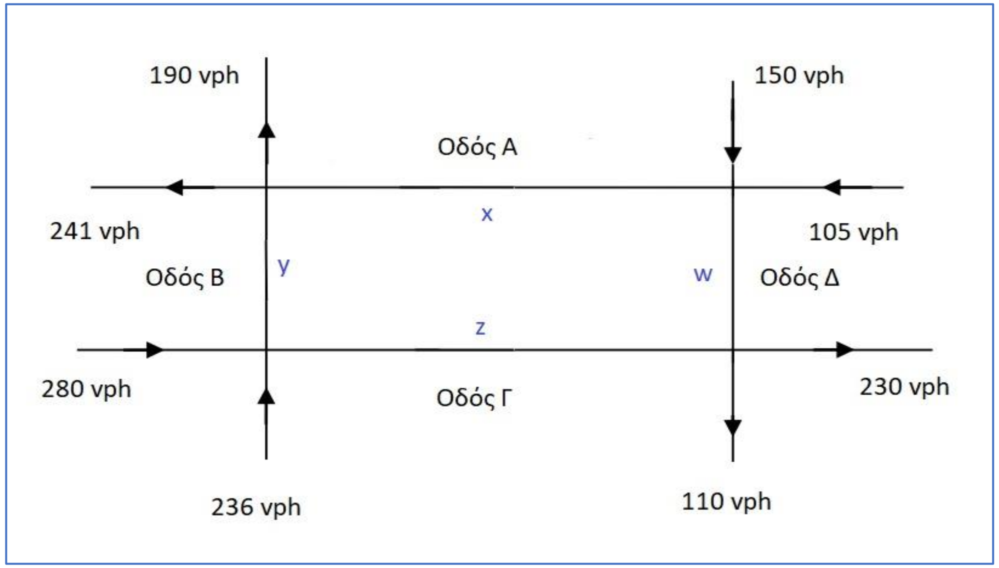
Παράδειγμα στη Γραμμική Άλγεβρα:

Γραμμικός συνδυασμός	Φυσική γλώσσα	Συμβολική γραφή	Πίνακας	Γραφικό επίπεδο
... δυο διανυσμάτων του επιπέδου	Έστω X ένα διάνυσμα του επιπέδου. Λέμε ότι το X είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των δυο διανυσμάτων υ_1, u_2 του επιπέδου, αν μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα διανυσμάτων συγγραμμικών σε αυτά τα διανύσματα	$X \in \mathbb{R}^2$, $u_1 \in \mathbb{R}^2$, $u_2 \in \mathbb{R}^2$ $\exists\, \lambda_1 \in \mathbb{R}$, $\exists\, \lambda_2 \in \mathbb{R}$ $X = \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2$,	$\begin{array}{\|c\|c\|c\|} \hline 1 & 0 & \lambda_1 \\ \hline 0 & 1 & \lambda_2 \\ \hline \end{array}$	

Παράδειγμα προβλήματος στα Μαθηματικά

Παράδειγμα: Διδασκαλία Γραμμικής Άλγεβρας στο 1ο έτος του Ε.Μ.Π. εισαγωγή στα γραμμικά συστήματα στους Πολιτικούς Μηχανικούς.

Οριοθέτηση κίνησης στους δρόμους



Επίλυση Προβλήματος

- Για να αναλυθεί η ροή ενός δικτύου τεσσάρων δρόμων μονής κατεύθυνσης, χρησιμοποιείται ένα σύστημα εξισώσεων Γραμμικής Άλγεβρας. Οι μεταβλητές x, y, z και w αντιπροσωπεύουν τη ροή της κίνησης ανάμεσα στα σταυροδρόμια του δικτύου. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί με τη μέτρηση των οχημάτων που κινήθηκαν σε αυτούς τους δρόμους κατά τις ώρες μεταξύ 6:00-22:00, δηλαδή κατά τη διάρκεια των ωρών αιχμής στα μέσα της εβδομάδας. Τα βέλη στην Εικόνα 1 δείχνουν τη φορά της ροής η οποία έχει μετρηθεί σε number of vehicles per hour (vph):

Για να μπορέσει να ρυθμιστεί η κίνηση στους δρόμους, υπάρχουν κάποιες προϋποθέσεις:

- Ο αριθμός των οχημάτων που μπαίνουν στο σταυροδρόμι θα πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των οχημάτων που βγαίνουν από αυτό.
- Οι δρόμοι θα πρέπει να είναι μονής κατεύθυνσης με την φορά που φαίνεται στο σχήμα.

- **Σκοπός** της άσκησης είναι να οριοθετηθεί η κίνηση στις παραπάνω οδούς με τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων να κινούνται σε αυτές.

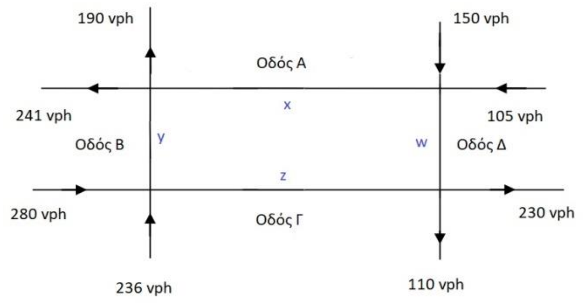
Φυσική γλώσσα

Επίλυση Προβλήματος

Φυσική γλώσσα

Για να αναλυθεί η ροή ενός δικτύου τεσσάρων δρόμων μονής κατεύθυνσης, χρησιμοποιείται ένα σύστημα εξισώσεων Γραμμικής Άλγεβρας. Οι μεταβλητές x, y, z και w αντιπροσωπεύουν τη ροή της κίνησης ανάμεσα στα σταυροδρόμια του δικτύου. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί με τη μέτρηση των οχημάτων που κινήθηκαν σε αυτούς τους δρόμους κατά τις ώρες μεταξύ 6:00-22:00, δηλαδή κατά τη διάρκεια των ωρών αιχμής στα μέσα της εβδομάδας. Τα βέλη στην Εικόνα 1 δείχνουν τη φορά της ροής η οποία έχει μετρηθεί σε number of vehicles per hour (vph):

Για να μπορέσει να ρυθμιστεί η κίνηση στους δρόμους, υπάρχουν κάποιες προϋποθέσεις:Ο αριθμός των οχημάτων που μπαίνουν στο σταυροδρόμι θα πρέπει να είναι ίσος με τον αριθμό των οχημάτων που βγαίνουν από αυτό. Οι δρόμοι θα πρέπει να είναι μονής κατεύθυνσης με την φορά που φαίνεται στο σχήμα.**Σκοπός** της άσκησης είναι να οριοθετηθεί η κίνηση στις παραπάνω οδούς με τον ελάχιστο αριθμό οχημάτων να κινούνται σε αυτές.



Εικόνα 1: Διάγραμμα τεσσάρων δρόμων μονής κατεύθυνσης

Γραφική αναπαράσταση

Σύμβολα

$$x + y = 431$$

$$x + w = 255$$

$$z + w = 340$$

$$y + z = 516$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 431 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 255 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 340 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 516 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{Row operations}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 255 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 176 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 340 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Σύμβολα

$$x = -w + 255$$

$$y = w + 176$$

$$z = -w + 340$$

Πίνακες

Επίλυση Προβλήματος

Παράδειγμα Άσκησης Μηχανικής:

Ασκηση 1

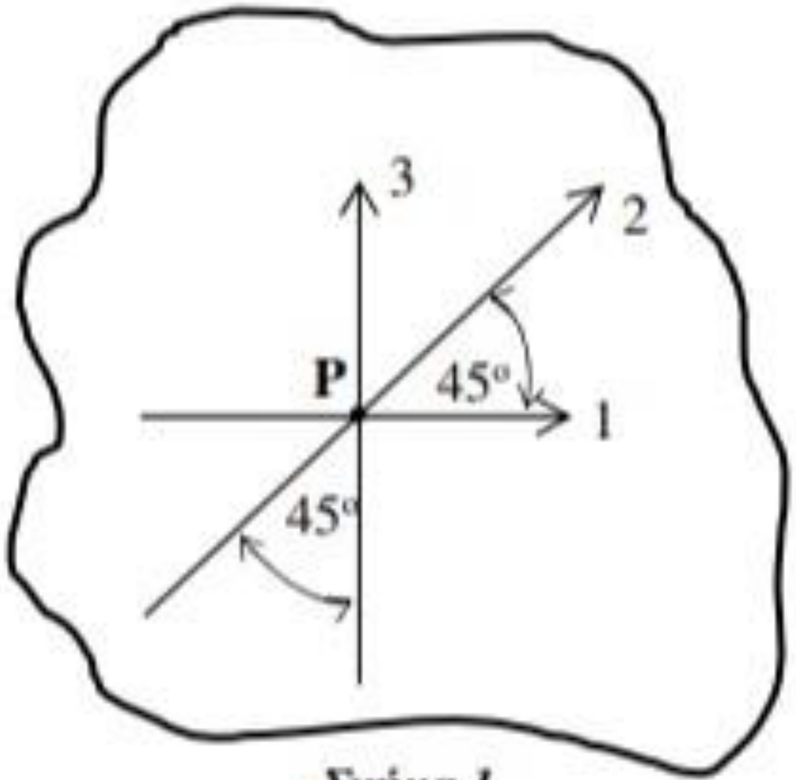
Στο σημείο P της επιφάνειας λεπτού μεταλλικού φύλλου οι παραμορφώσεις μετρήθηκαν με ηλεκτρο-μηκυνσιόμετρα και βρέθηκαν ίσες με:

$$\varepsilon_1=8x10^{-6},\ \varepsilon_2=5x10^{-6},\ \varepsilon_3= -\ 4x10^{-6}$$

α. Να ευρεθεί ο τανυστής των παραμορφώσεων στο συγκεκριμένο σημείο P.

β. Να εκτιμηθούν με τη βοήθεια του κύκλου Mohr οι κύριες παραμορφώσεις στο σημείο P και ο προσανατολισμός τους.

Φυσική γλώσσα

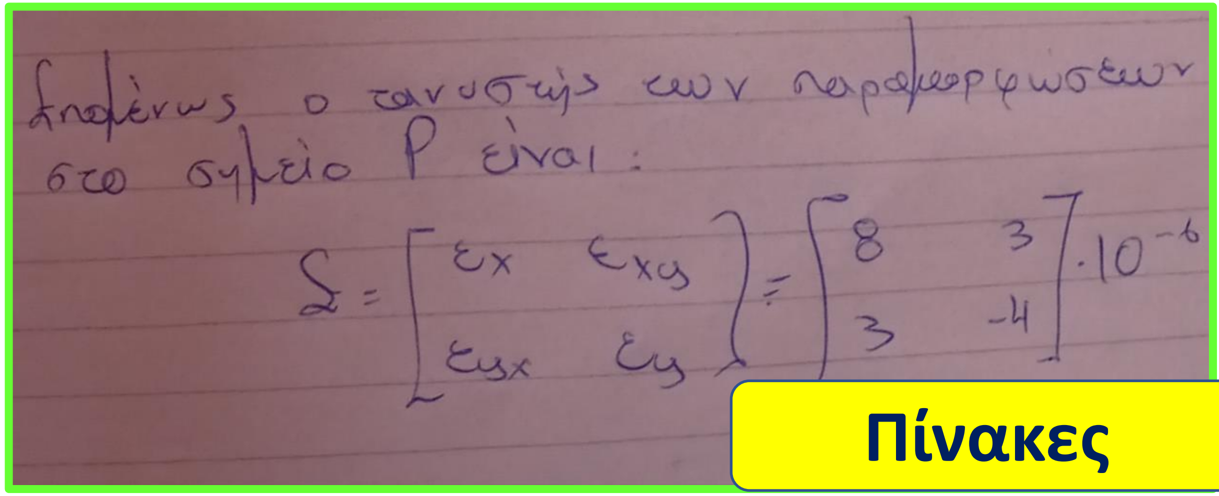


Σχήμα 1

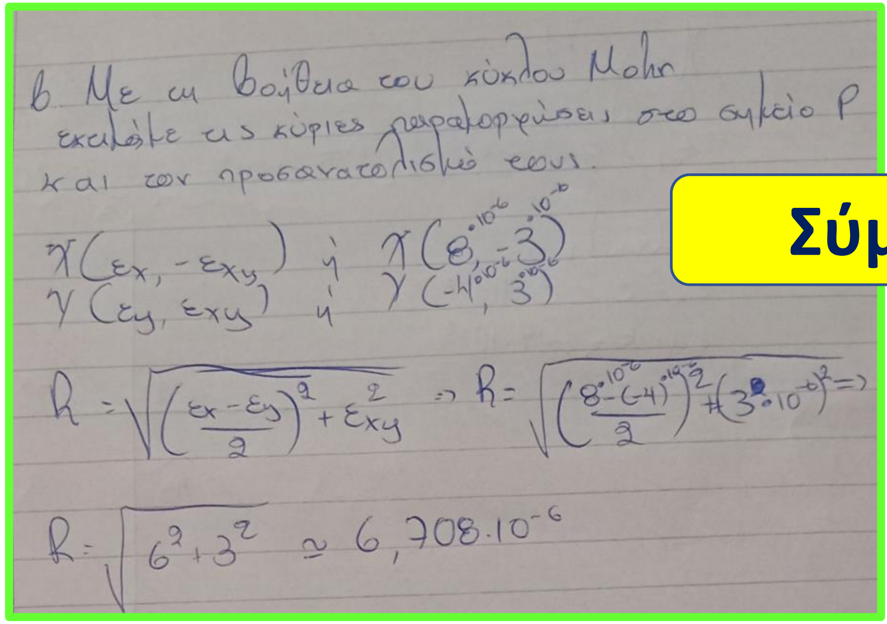
Γραφική αναπαράσταση

Επίλυση Προβλήματος

Παράδειγμα Άσκησης Μηχανικής:

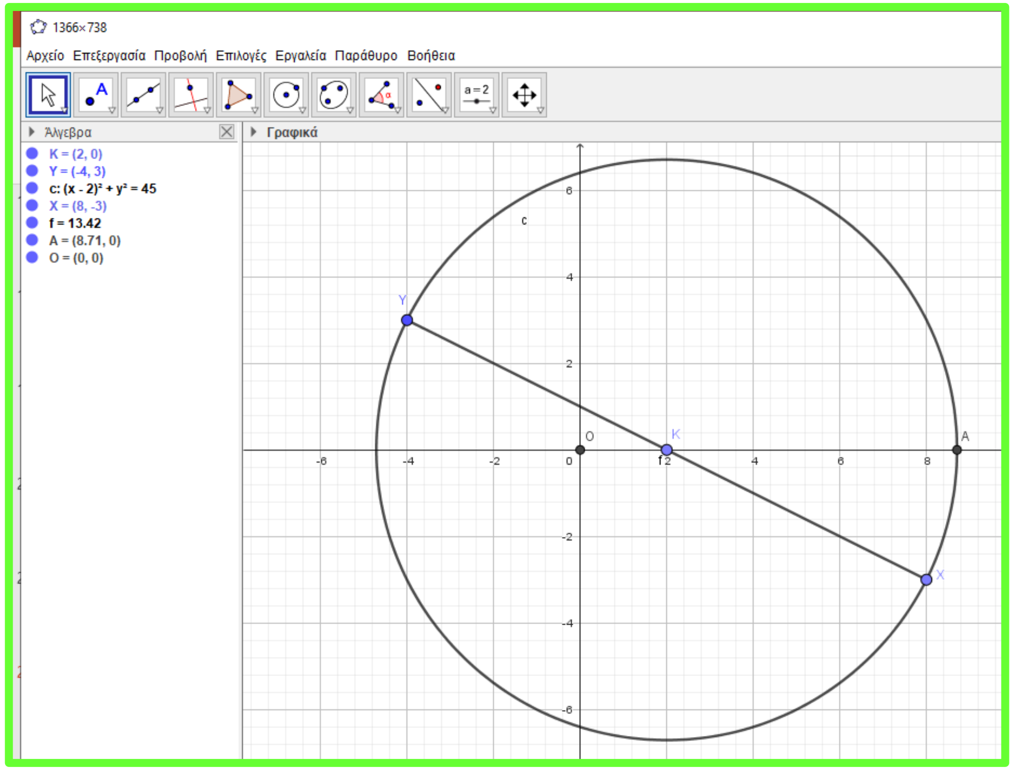


Πίνακες



Σύμβολα

Κύκλος του Mohr

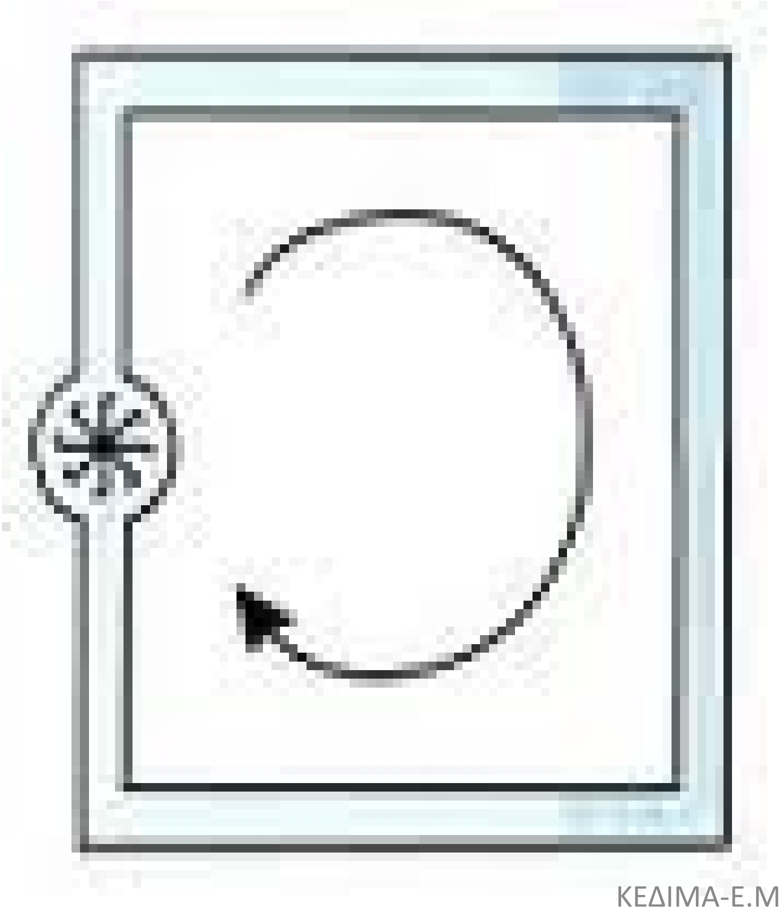


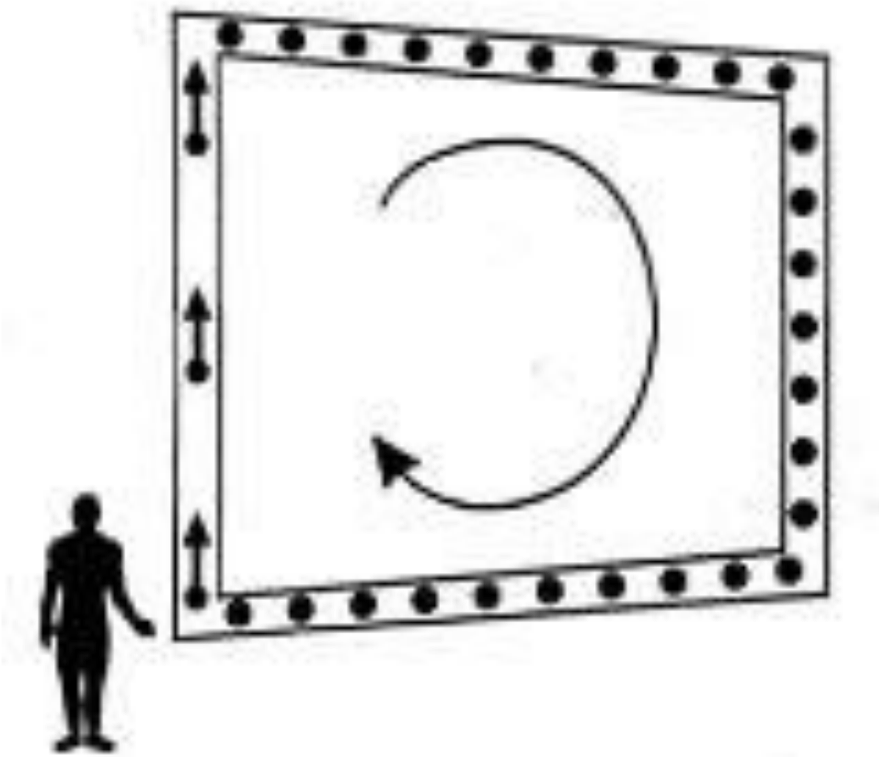
Γραφική αναπαράσταση μέσω geogebra

Οι αναλογίες

Παράδειγμα στη Φυσική

Το υδραυλικό και το μηχανικό ανάλογο του ηλεκτρικού ρεύματος





Οι αναλογίες

- **Σύγκριση των δομών δύο «συστημάτων» για να αναδειχτούν οι ομοιότητες.**

- **Στην διδασκαλία ο ρόλος των αναλογιών είναι να εξηγείται το μη οικείο με το οικείο.**

- **Οι εκπαιδευόμενοι μεταφέρουν δεξιότητες συλλογισμού από κάτι που ξέρουν καλά σε ένα καινούργιο θέμα.**

Αναλογία

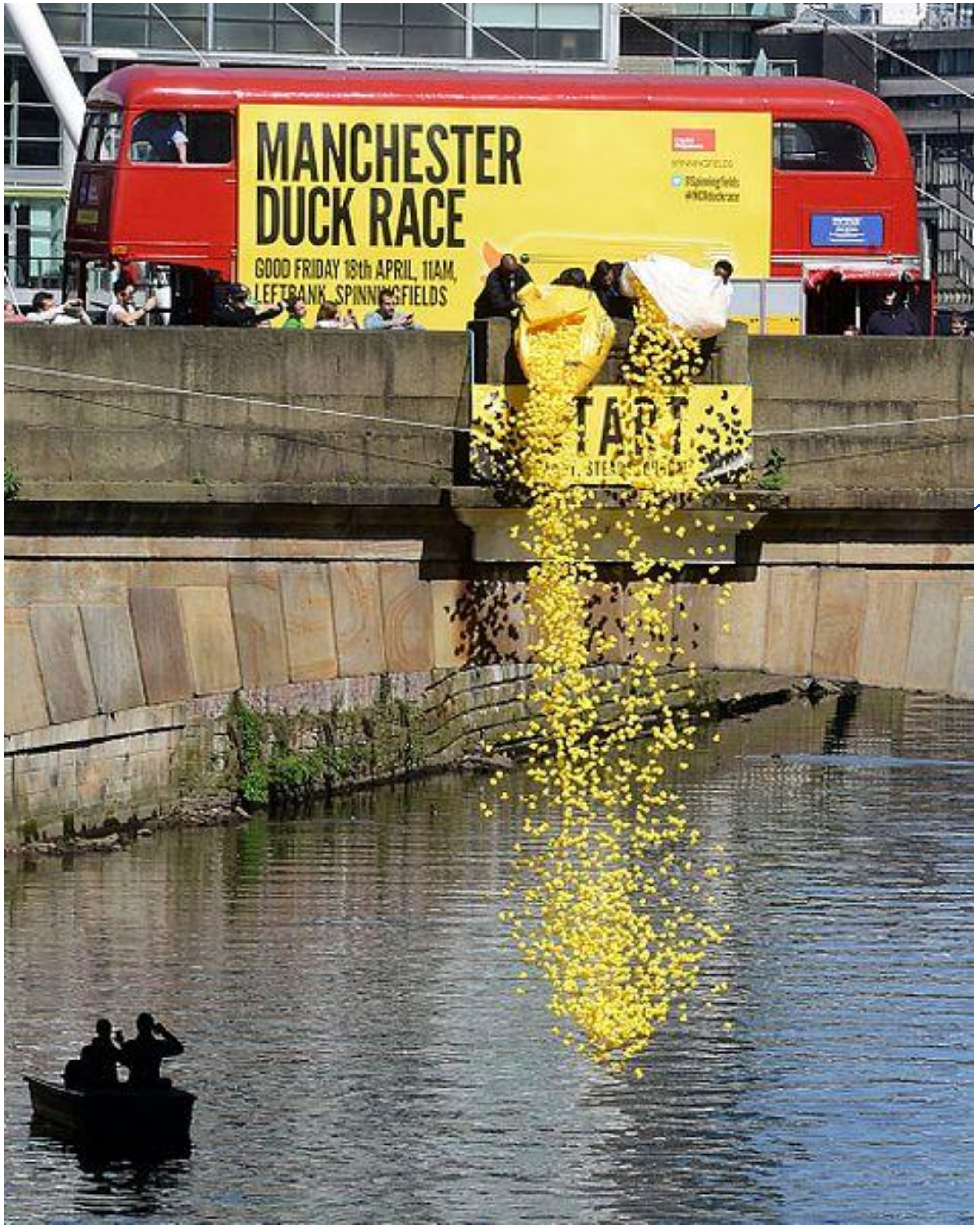
Αρχική γνώση ή γνωστό μοντέλο

Γνώση στόχος Μοντέλο στόχος

Οι αναλογίες

Παράδειγμα στην Περιβαλλοντική Γεωτεχνική

(από τη διδασκαλία της κας Πανταζίδου)



Πολλά παπάκια ξεκινούν μαζί...

https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Rubber_duck_races#/media/File:The_start_of_The_Manchester_Duck_Race_2014_at_Spinningfields,_Manchester_in_aid_of_children%27s_charity_Brainwave.jpg

Οι αναλογίες

Παράδειγμα στην Περιβαλλοντική Γεωτεχνική

…αλλά, τι γίνεται στο δρόμο;

http://www.greenvilledailyphoto.com/wp-content/uploads/2010/05/20100502_ducks_4_900x600.jpg

https://commons.wikimedia.org/wiki/Category:Rubber_duck_races#/media/File:Duck_number_26845,_Derbyhaven,_Isle_of_Man_-_geograph.org.uk_-_245741.jpg

Οι αναλογίες

Παράδειγμα στην Περιβαλλοντική Γεωτεχνική

(από τη διδασκαλία της κας Πανταζίδου)

Η μηχανική διασπορά

Μηχανικό φαινόμενο

Πρόκειται για μεταγωγή σε μικροκλίμακα, που παρακολουθεί τις διαφορές της ταχύτητας του νερού από σημείο σε σημείο (πλήρης όρος: μηχανική διασπορά).

Αναλογία

Πολλά σωματίδια πέφτουν την ίδια στιγμή σε ένα ποτάμι.

Οι αναλογίες

Ο εκπαιδευτής πριν τη χρήση μιας αναλογίας θα πρέπει να διερωτάται

- **κατά πόσο οι σπουδαστές γνωρίζουν τη γνώση που υποδηλώνεται στην αναλογία**

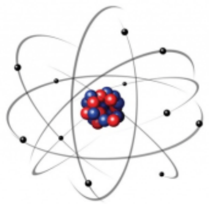
- **αν το χρησιμοποιούμενο πρότυπο είναι το κατάλληλο και δεν προκαλεί παρανοήσεις**

Οι αναλογίες

Τα βήματα για τη χρήση μιας αναλογίας στη διδασκαλία

- **Ανάκληση της αρχικής γνώσης ή μοντέλου (αφετηρία)**
- **Παρουσίαση της νέας γνώσης ή μοντέλου (στόχος)**
- **Προσδιορισμός των ανάλογων χαρακτηριστικών αφετηρίας και στόχου**
- **Εξαγωγή συμπερασμάτων για το στόχο με βάση τα αποτελέσματα του προηγούμενου βήματος**
- **Διερεύνηση και προσδιορισμός του ορίου πέρα από το οποίο παύει να ισχύει η αναλογία**

Μοντέλα



- Εδώ το Μοντέλο αποτελεί μια απλοποιημένη αναπαράσταση ενός συστήματος η οποία αναδεικνύει ορισμένα χαρακτηριστικά του

- Τα μοντέλα είναι εργαλεία σκέψης και ερμηνείας και όχι η ίδια η πραγματικότητα

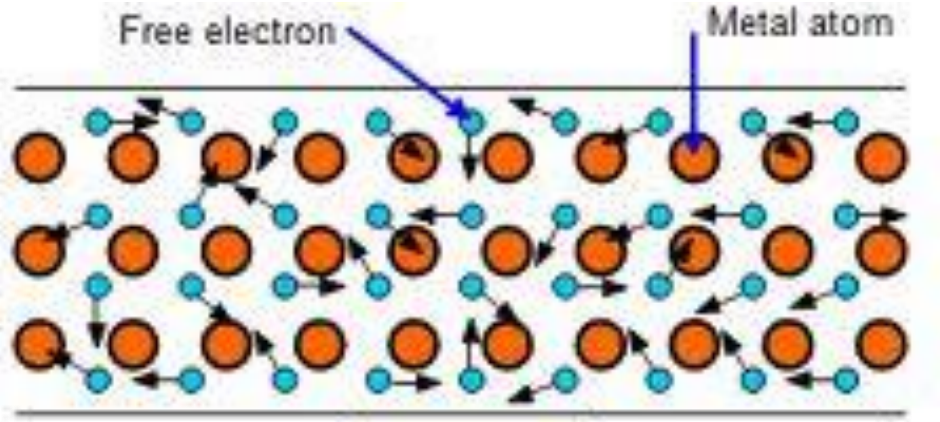


Figure 1(a)

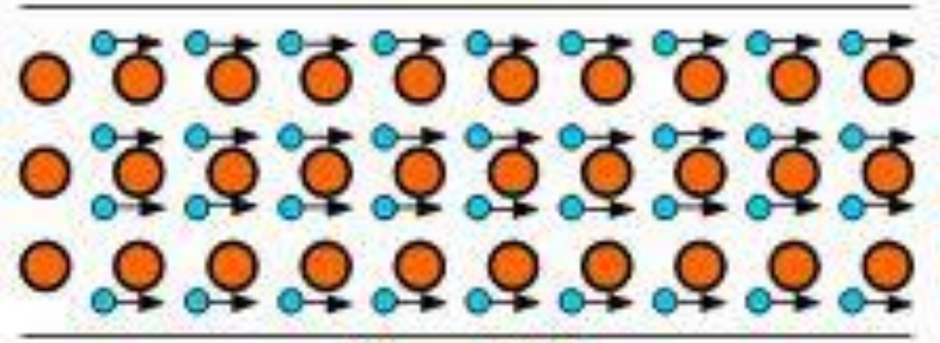
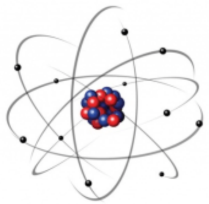


Figure 1(b)

Μοντέλα

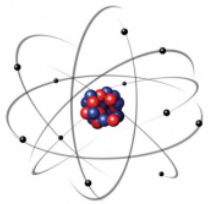


Η χρησιμοποίηση μοντέλων είναι σύμφυτη με την ίδια τη λειτουργία της επιστήμης.

Βασικές χρήσεις των μοντέλων στη διδασκαλία

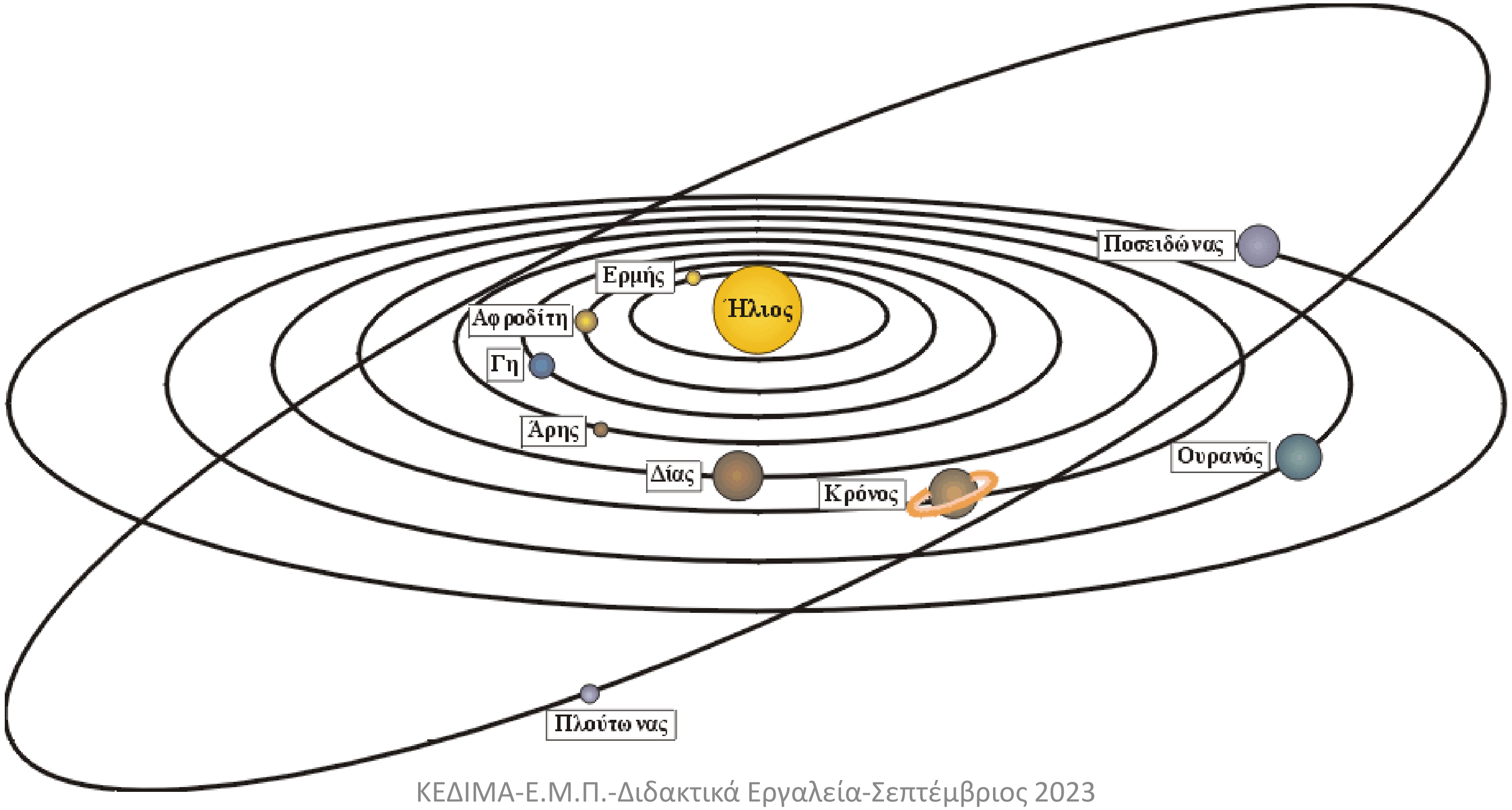
- **Αναπαράσταση ενός συστήματος**
- **Πραγματοποίηση προβλέψεων**
- **Παροχή εξηγήσεων**

Μοντέλα



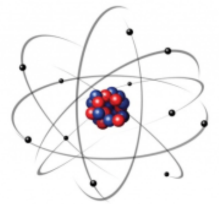
Το Ηλιακό σύστημα

Τι τονίζουμε; Ας αναλογιστούμε τα πραγματικά μεγέθη - αποστάσεις



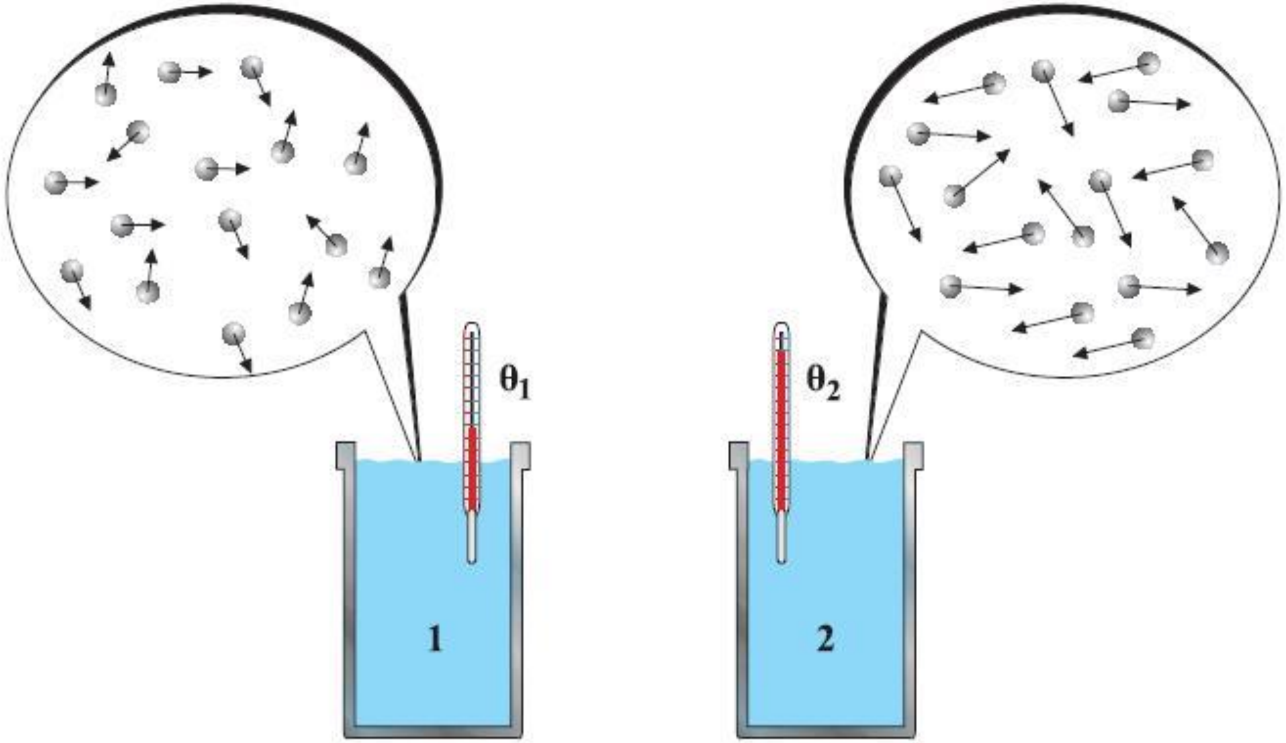
Μοντέλα

Η εγκυρότητα ενός μοντέλου

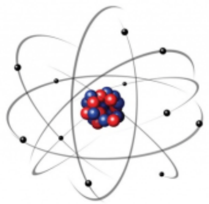


Ένα μοντέλο είναι έγκυρο για ένα ορισμένο εμπειρικό πεδίο αναφοράς.

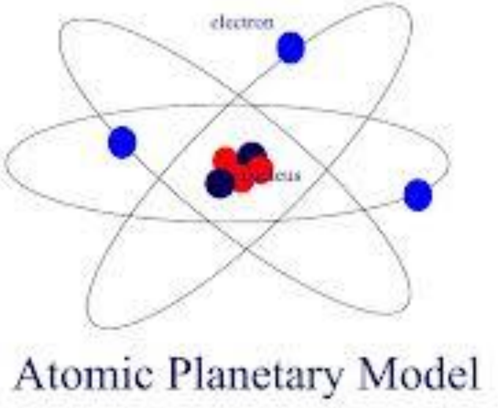
Η διεύρυνση του πεδίου αναφοράς μπορεί όμως να σημάνει και το τέλος της εγκυρότητας ενός συγκεκριμένου μοντέλου.

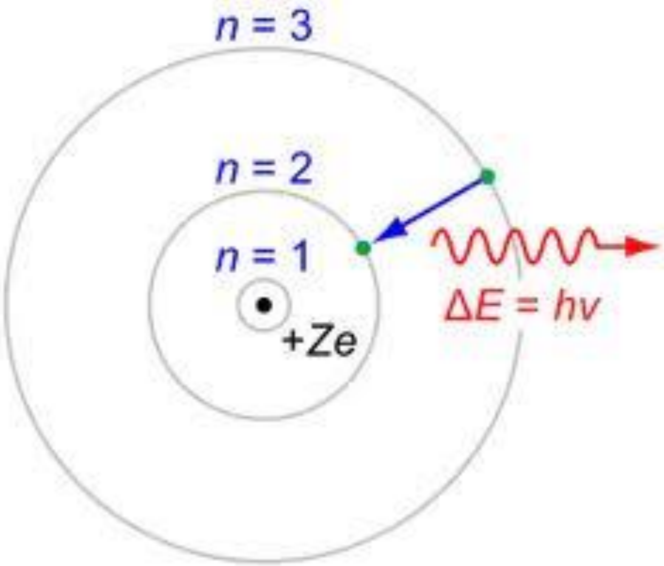


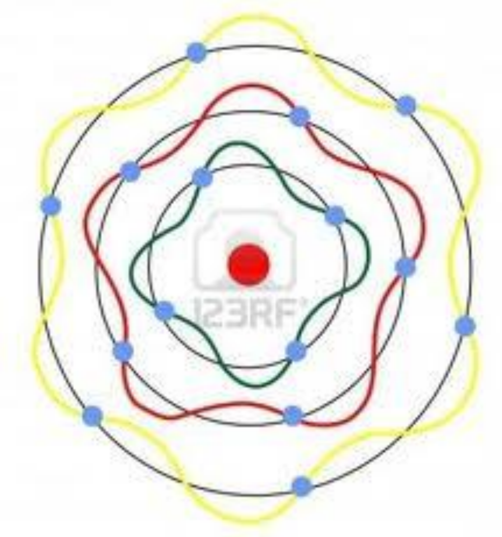
Μοντέλα

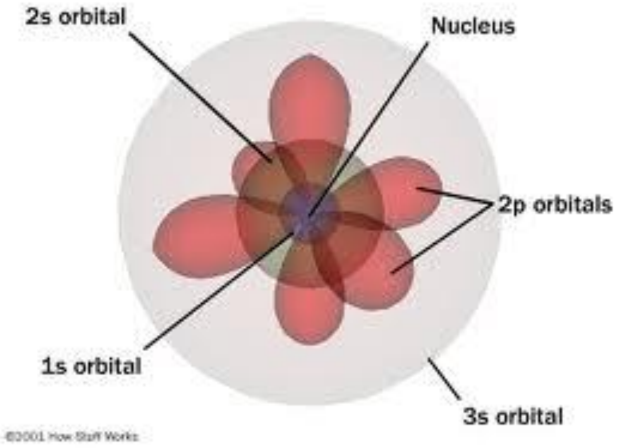


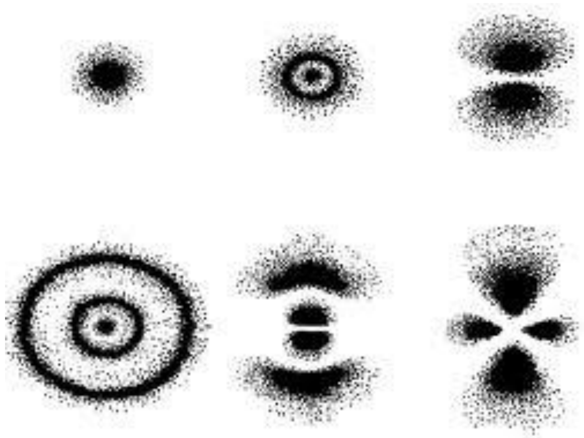
Παράδειγμα: Ατομικά Μοντέλα



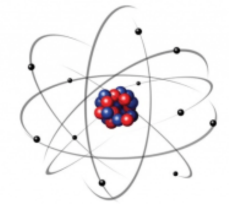








Μοντέλα

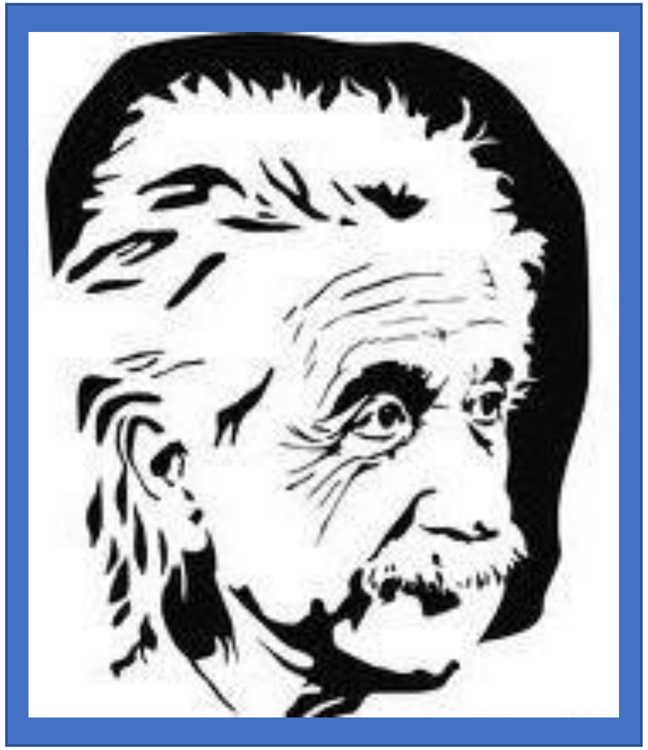


Η διδακτική αξιοποίηση των διαδικασιών μοντελοποίησης βοηθά στην:

- ανάπτυξη παραστάσεων πιο λειτουργικών και πιο συμβατών με τις επιστημονικές απόψεις,
- αύξηση της κατανόησης εννοιών και φαινομένων,
- ενοποίηση και ουσιαστική συνοχή ενός εμπειρικού πεδίου αναφοράς,
- καλλιέργεια της άποψης ότι η επιστημονική γνώση δεν είναι απόλυτη αλλά εξελίσσεται,
- δημιουργία μιας πιο ρεαλιστικής αντίληψης για τον επιστημονικό τρόπο σκέψης

Σταυρίδου Ε. (1995) *Μοντέλα Φυσικών Επιστημών και διαδικασίες μάθησης*, Σαββάλας, Αθήνα

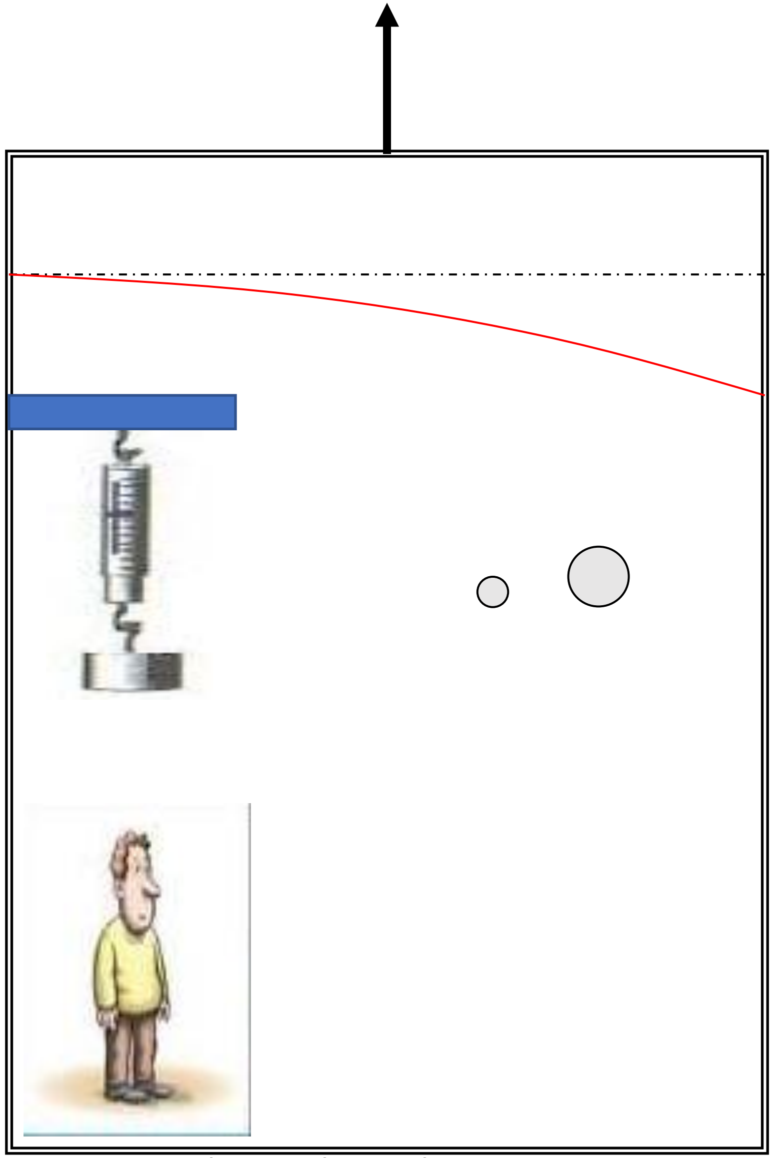
Νοητικά Πειράματα



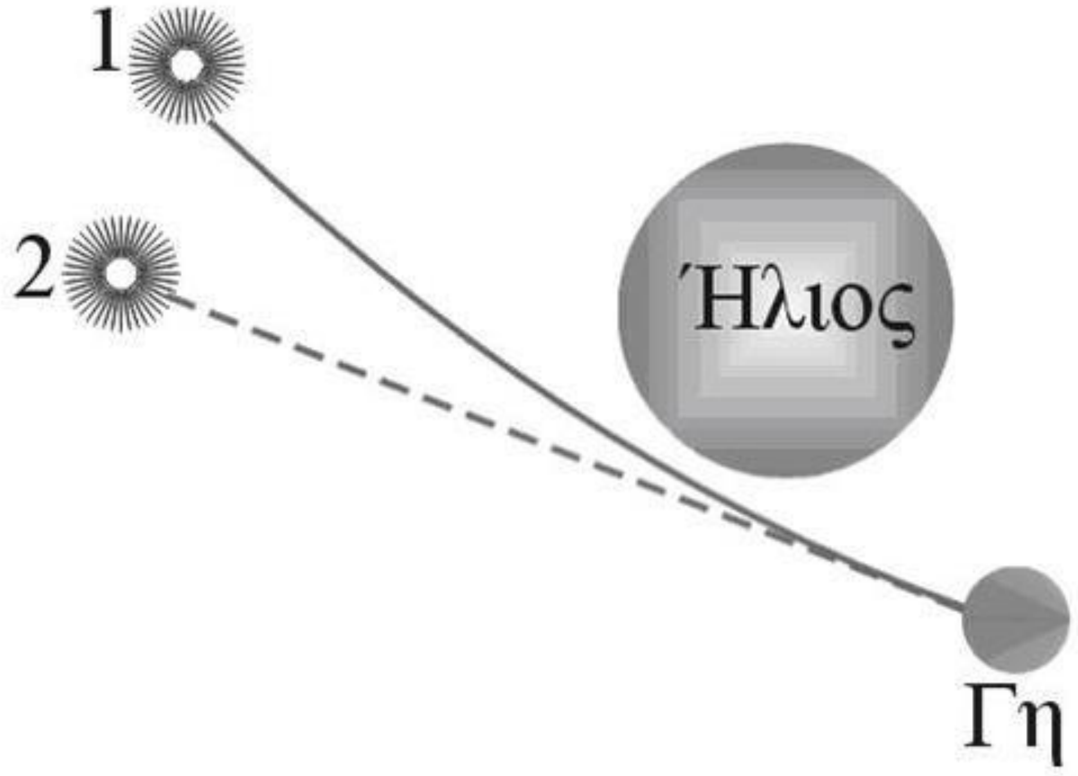
Imagination is more important than knowledge

Νοητικά Πειράματα

Παράδειγμα: ο Ανελκυστήρας του Einstein



Νοητικά Πειράματα



Einstein, A. (1917/1961). *Relativity: The Special and the General theory, A popular Exposition*, Grown publishers, New York

ΜΙΑ ΑΤΥΠΗ / ΙΣΤΟΡΙΚΗ ΠΗΓΗ ΜΑΘΗΣΗΣ

Νοητικά Πειράματα

Τι είναι τα νοητικά πειράματα;

Πειράματα που διεξάγονται στο «εργαστήριο του μυαλού» επειδή για διαφόρους λόγους δεν πραγματοποιούνται

Ποιοι λόγοι;

- αδύνατον να γίνουν στην πράξη

- η πιθανή πραγματοποίηση είναι υπέρμετρα επιζήμια

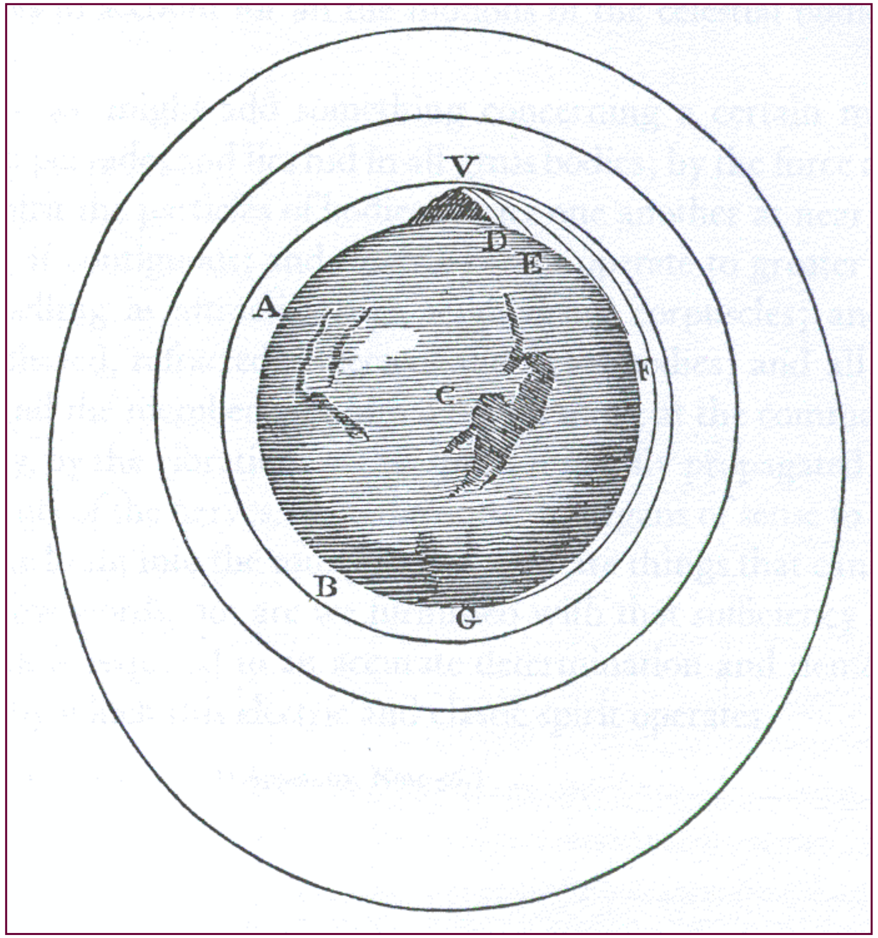
-η ενδεχόμενη πραγματική εκτέλεσή τους δεν συνεισφέρει στον τιθέμενο προβληματισμό (π.χ. Η γάτα του Schrodinger)

Νοητικά Πειράματα

Ο ρόλος των ΝΠ στη διδασκαλία

Ωθούν τους σπουδαστές να **χρησιμοποιήσουν τη φαντασία** τους να **σκεφτούν αφαιρετικά** να αναπτύξουν την **κριτική τους ικανότητα** να βγάλουν **συμπεράσματα** με λογικούς συλλογισμούς.

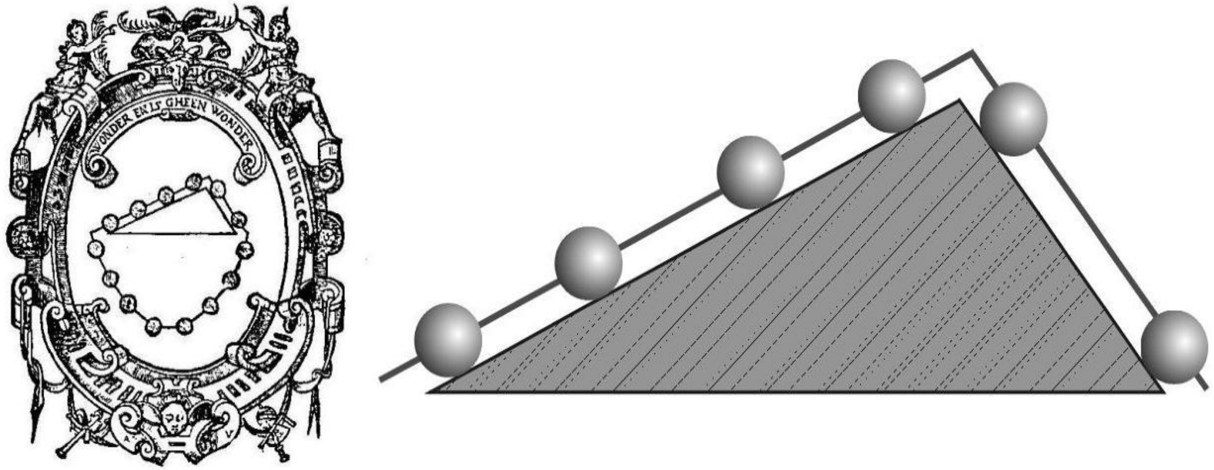
Παράδειγμα: το κανόνι του Newton PRINCIPIA (1729)



Νοητικά Πειράματα

Ο ρόλος των ΝΠ στη διδασκαλία

Συνεισφέρουν στη **εξοικείωση** των σπουδαστών με τη **μεθοδολογία** αλλά και την **ιστορία** της επιστήμης.



Τα κεκλιμένα επίπεδα του Stevin

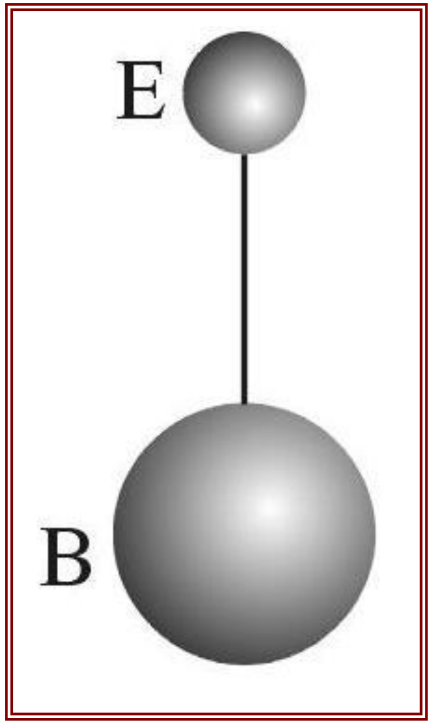
Simon Stevin (1548-1620)

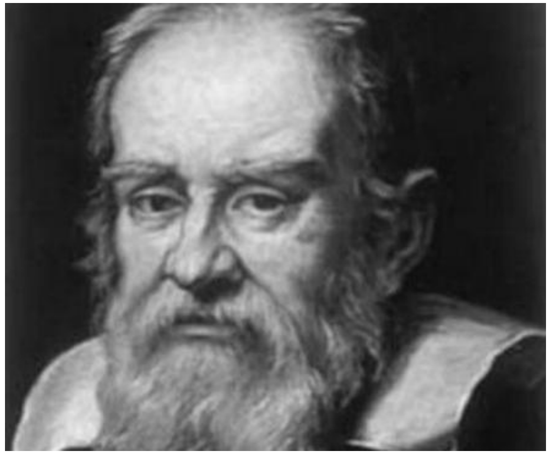
Νοητικά Πειράματα

Ο ρόλος των ΝΠ στη διδασκαλία

Βοηθούν το δάσκαλο να **κατανοήσει τις ιδέες** και τον τρόπο σκέψης των σπουδαστών.

Σημαντικό διδακτικό εργαλείο και ο ΣΩΚΡΑΤΙΚΟΣ ΔΙΑΛΟΓΟΣ

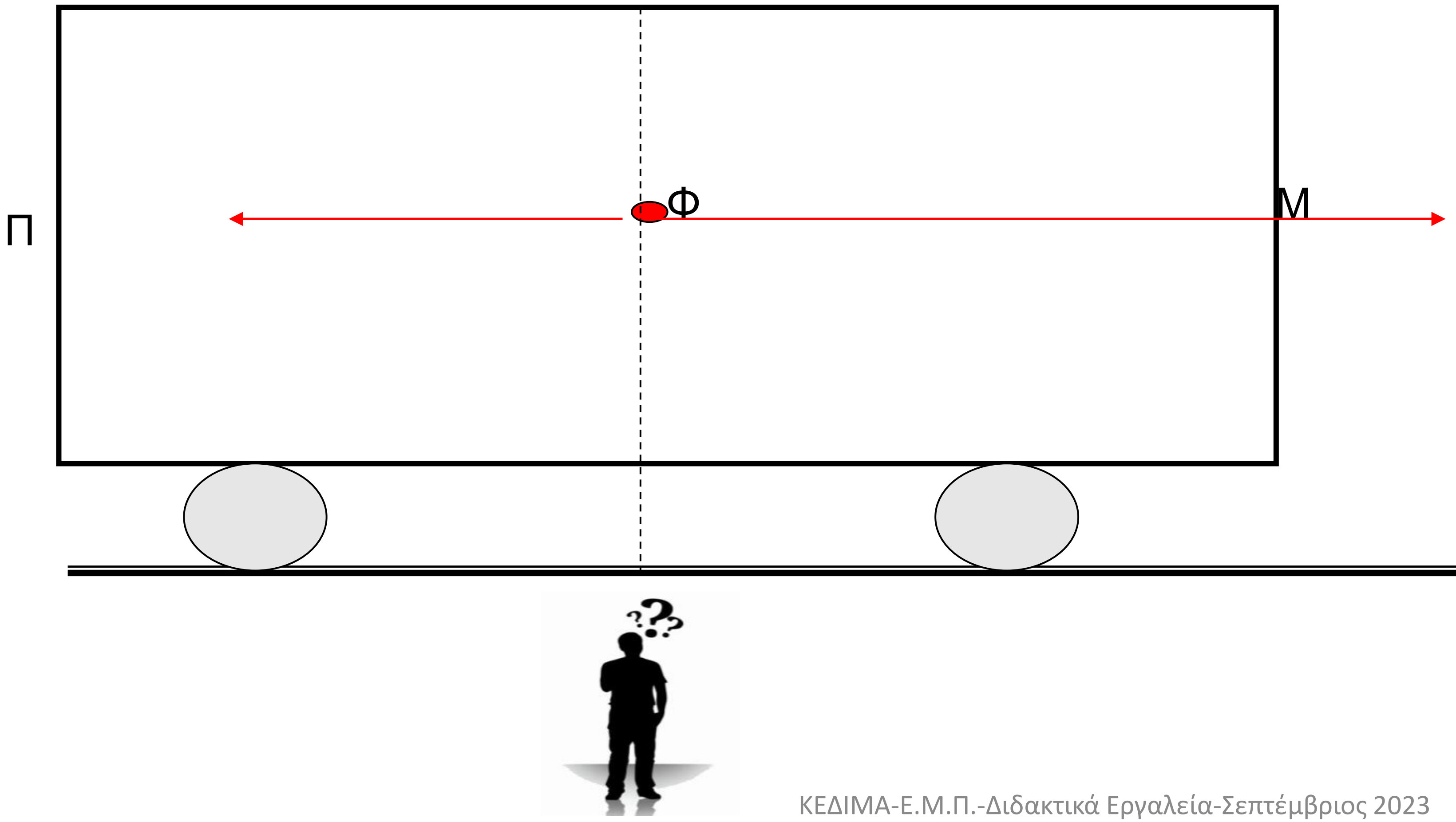




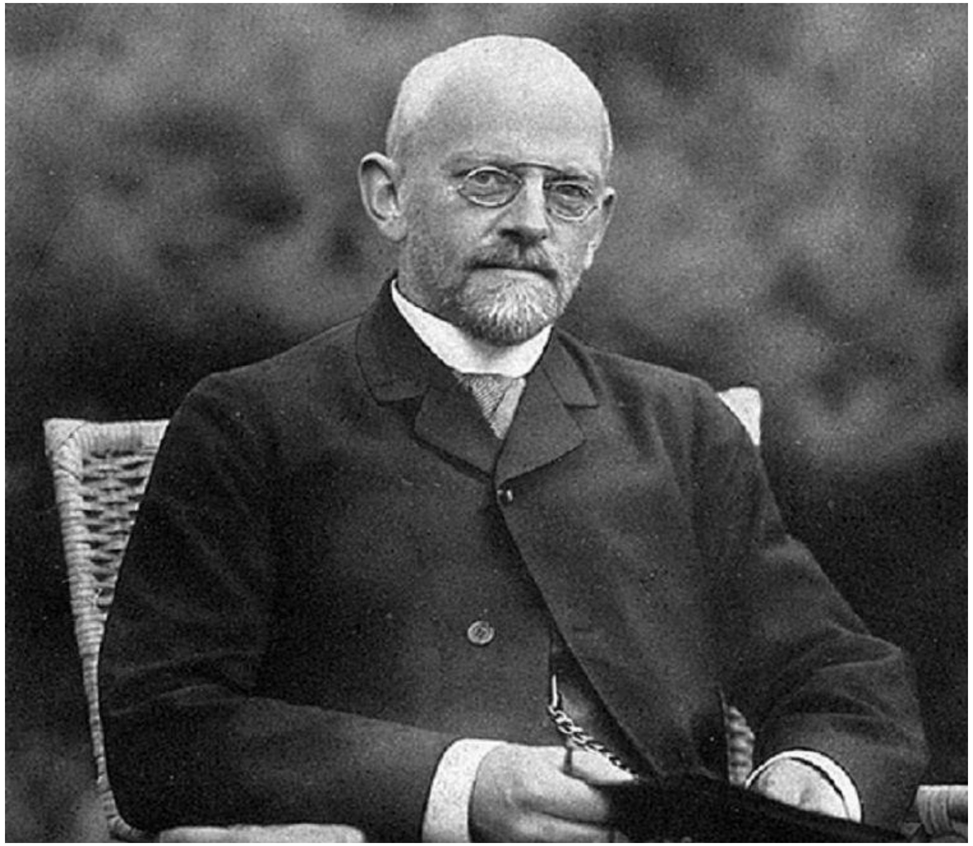
Galileo, G. (1638/1914). *Dialogue Concerning Two New Sciences*, Dover, New York

Ο ρόλος των ΝΠ στη διδασκαλία

Αναντικατάστατα εργαλεία για διδασκαλία εννοιών και καταστάσεων οι οποίες απαιτούν υψηλό επίπεδο αφαίρεσης



Παράδειγμα: το τρένο του Einstein και η σχετικότητα του ταυτοχρονισμού



David Hilbert (1862-1943)

Η έννοια του απείρου

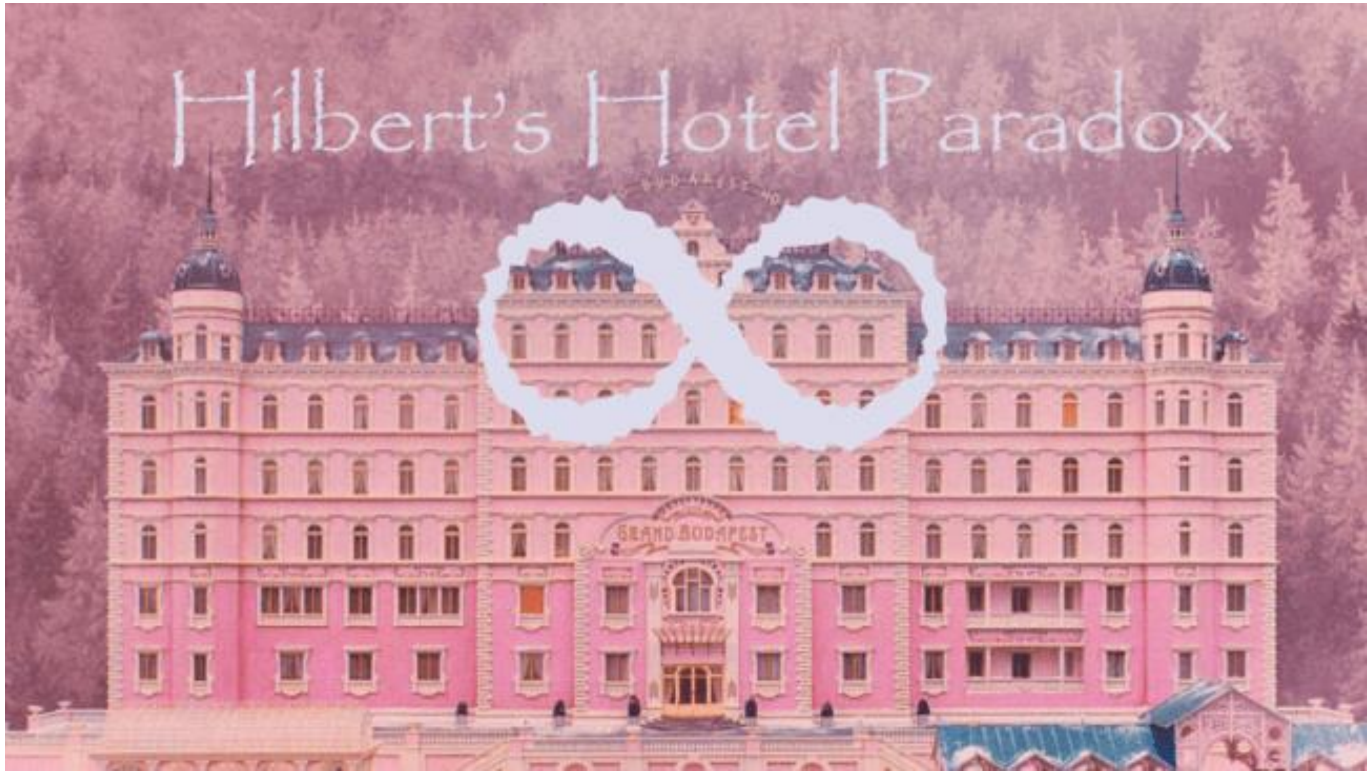
“Το Άπειρο Ξενοδοχείο του Hilbert” είναι ένα μαθηματικό παράδοξο που διατυπώθηκε από τον Γερμανό μαθηματικό David Hilbert και έχει παιδέψει πολλούς μαθηματικούς, φυσικούς, φιλόσοφους ακόμη και θεολόγους.

Με το παράδειγμα ενός ξενοδοχείου με άπειρα δωμάτια εξετάζει την έννοια του απείρου.

Μια δύσκολη υπόθεση στην οποία αντιτίθενται οι αισθήσεις μας που την βλέπουν μάλλον ως αριθμό και όχι ως έννοια.

Η έννοια του απείρου-το άπειρο ξενοδοχείο

Το Άπειρο Ξενοδοχείο, ένα νοητικό πείραμα που επινόησε ο Hilbert, είναι ένα ξενοδοχείο με άπειρο πλήθος δωματίων.



- Αυτό είναι εύκολο να το καταλάβει κάποιος, σωστά;

- Λάθος, Τι γίνεται εάν, όταν το ξενοδοχείο είναι εντελώς γεμάτο, έρθει ένας καινούριος πελάτης;

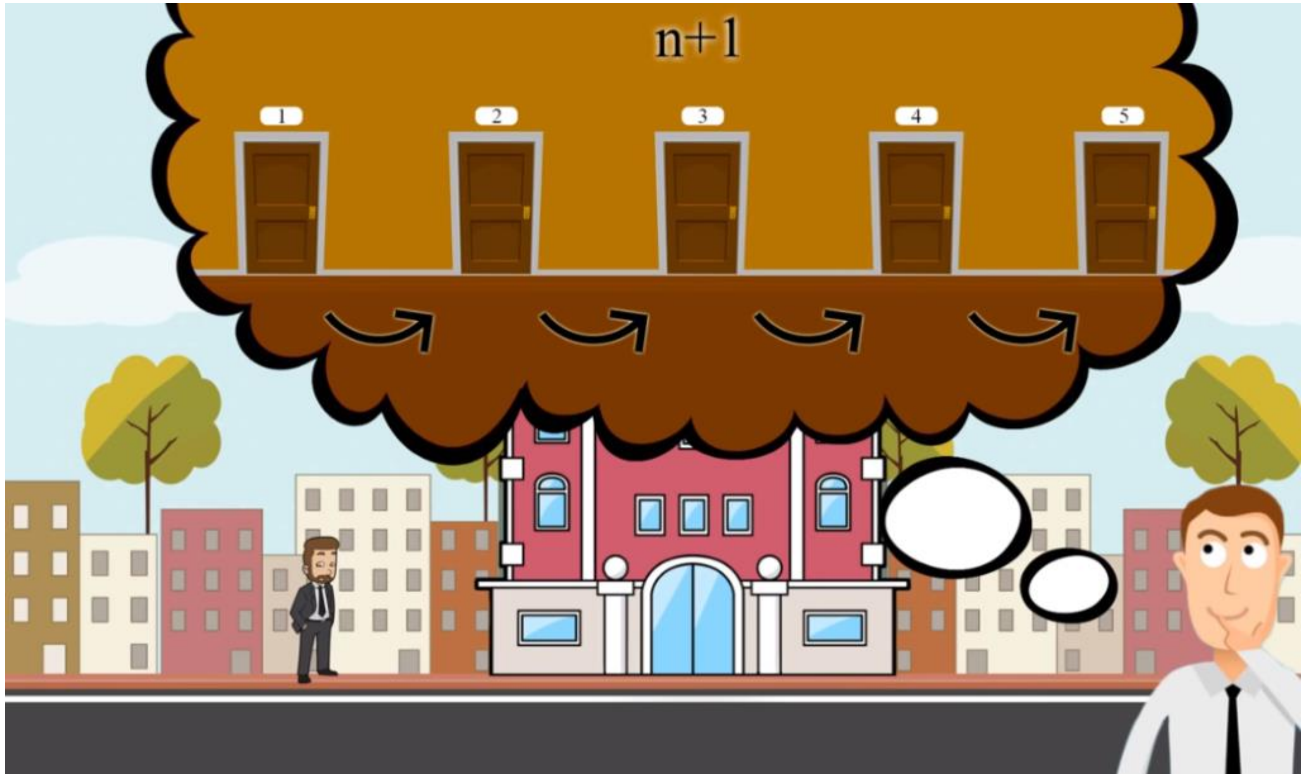
Ή ακόμα καλύτερα, 40 πελάτες;

Ή ένα λεωφορείο με άπειρους επιβάτες;

Η έννοια του απείρου-το άπειρο ξενοδοχείο

Ένας ταξιδιώτης καταφθάνει και ζητάει ένα δωμάτιο για μια νύκτα. Αλλά όλα τα δωμάτια είναι κατειλημμένα.

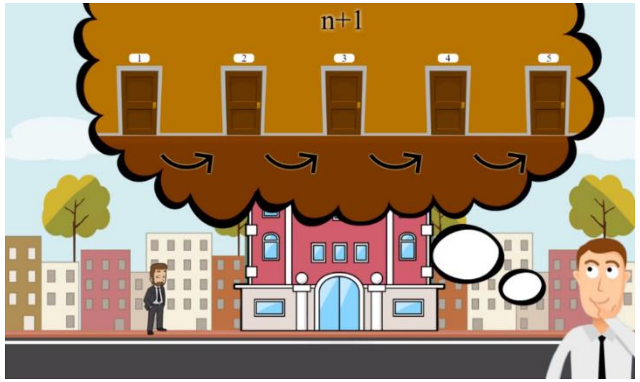
Μεταφέρει τον ένοικο του δωματίου 1 στο δωμάτιο 2, τον ένοικο του 2 στο 3, του 3 στο 4 κ.ο.κ. μέχρι το άπειρο. Έτσι ο νέος πελάτης μπορεί να λάβει το δωμάτιο 1.



Η έννοια του απείρου-το άπειρο ξενοδοχείο

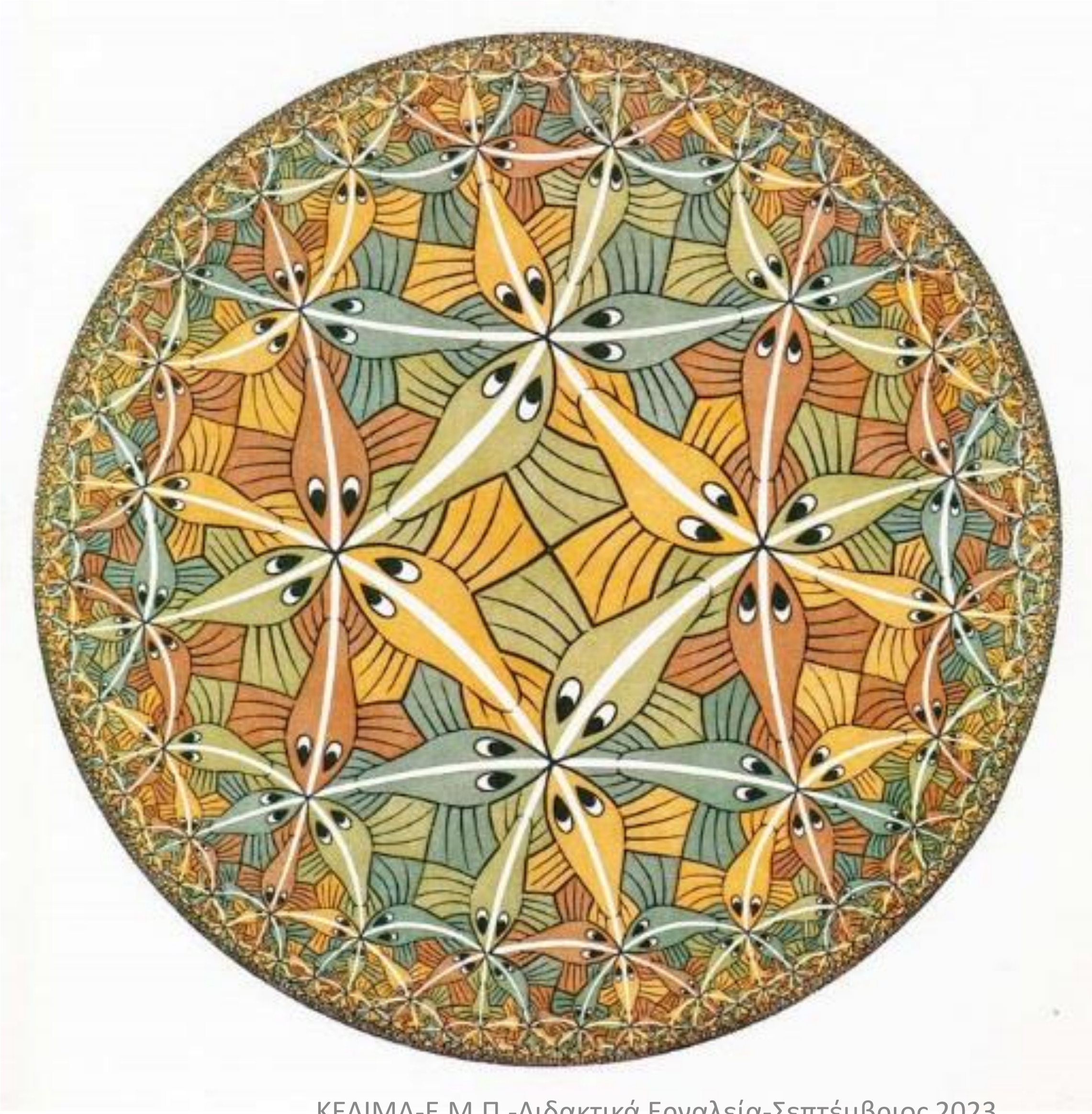
Ακόμη κι όταν έρθουν άπειροι νέοι πελάτες, τότε μπορούν να τοποθετηθούν

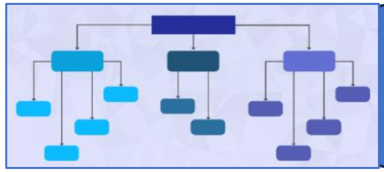
- οι παλαιοί στα δωμάτια με αριθμό πολλαπλάσιο του 3 (δηλ. στα 3k),
- οι νέοι στα αμέσως γειτονικά τους (δηλ στα 3k + 1)
- και απομένουν και άπειρα κενά δωμάτια (εκείνα της μορφής 3k + 2).



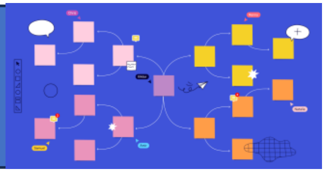
https://www.ma8imatikos.gr/%CF%84%CE%BF-%CE%AC%CF%80%CE%B5%CE%B9%CF%81%CE%BF-%CE%BE%CE%B5%CE%BD%CE%BF%CE%B4%CE%BF%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%BF-%CF%84%CE%BF%CF%85-hilbert/

Η έννοια του απείρου μέσω του Escher





Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)



Οι έννοιες είναι αυτόνομες και ανεξάρτητες;

ΣΥΝΔΕΤΙΚΕΣ ΦΡΑΣΕΙΣ

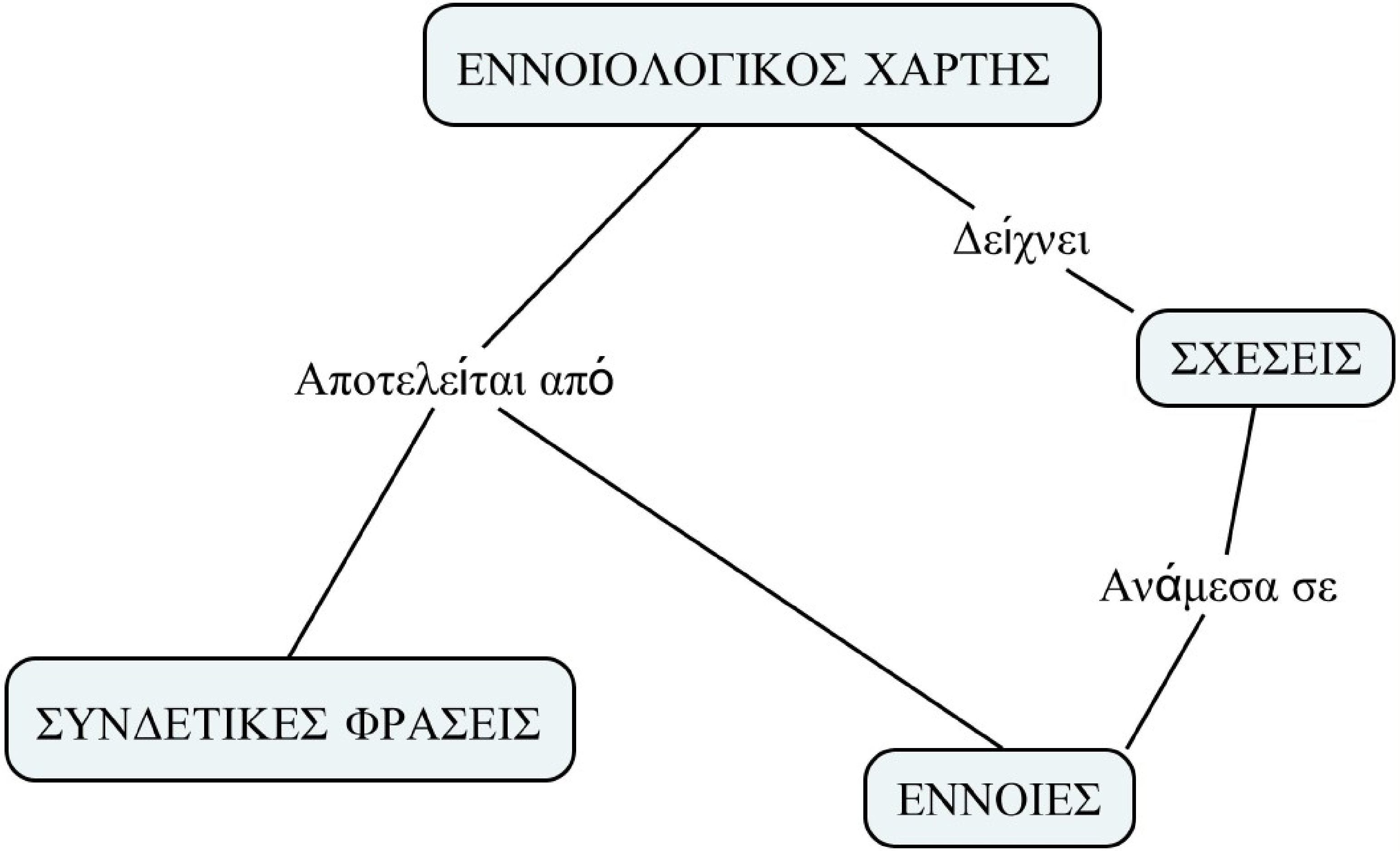
ΕΝΝΟΙΕΣ

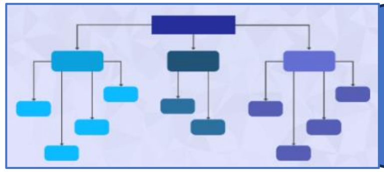
ΕΝΝΟΙΟΛΟΓΙΚΟΣ ΧΑΡΤΗΣ

ΣΧΕΣΕΙΣ

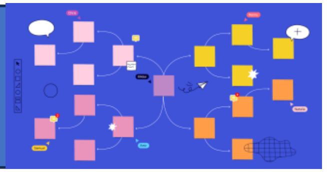
Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)

ή διαπλέκονται σχηματίζοντας εννοιολογικές δομές;





Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)

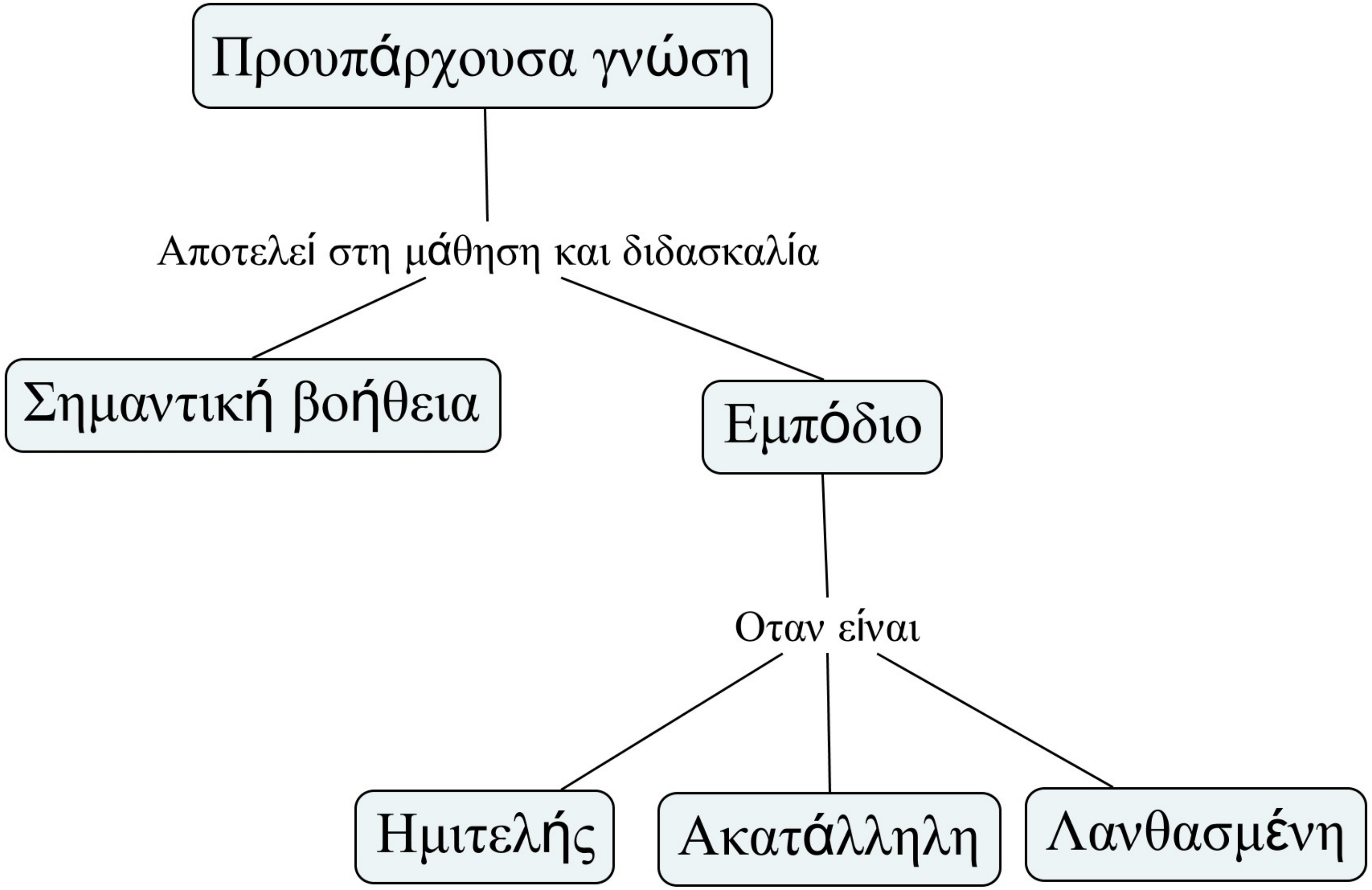


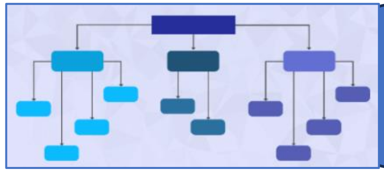
Οι Εννοιολογικοί χάρτες

- Είναι εικονικές αναπαραστάσεις της συσχέτισης μεταξύ εννοιών ενός πεδίου
- Δεν εστιάζουν στη λεπτομέρεια

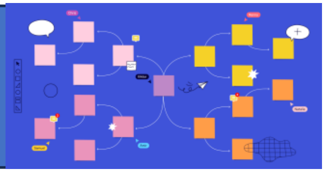
Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)

ΜΕ ΧΡΗΣΗ cmap http://cmap.ihmc.us/





Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)



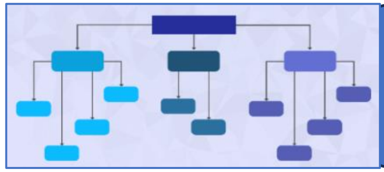
Ο διδάσκων μπορεί με τη χρήση εννοιολογικών χαρτών

-να **διαπιστώσει** την **προϋπάρχουσα γνώση** των εκπαιδευόμενων για τις έννοιες που πρόκειται να διδαχτούν

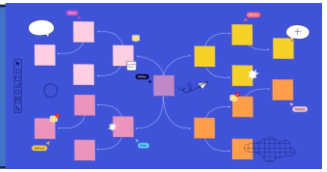
-να **αξιολογήσει** τα αποτελέσματα του μαθήματος ή μιας σειράς μαθημάτων

-να **οργανώσει** το περιεχόμενο της διδασκαλίας του

-να το χρησιμοποιήσει στην **ανακεφαλαίωση** του μαθήματος.



Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)



Παράδειγμα στη Φυσική

ΔΥΝΑΜΗ

ΑΛΛΑΓΗ ΚΙΝΗΤΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΤΑΣΗΣ

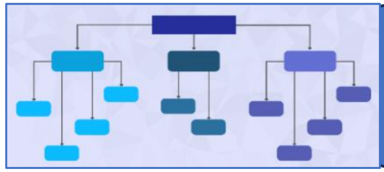
ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ

ΝΟΜΟΣ HOOKE
$F = K\,\Delta l$

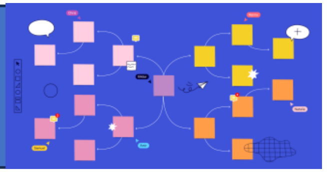
ΠΡΟΣΩΡΙΝΗ/ ΕΛΑΣΤΙΚΗ

ΜΟΝΙΜΗ

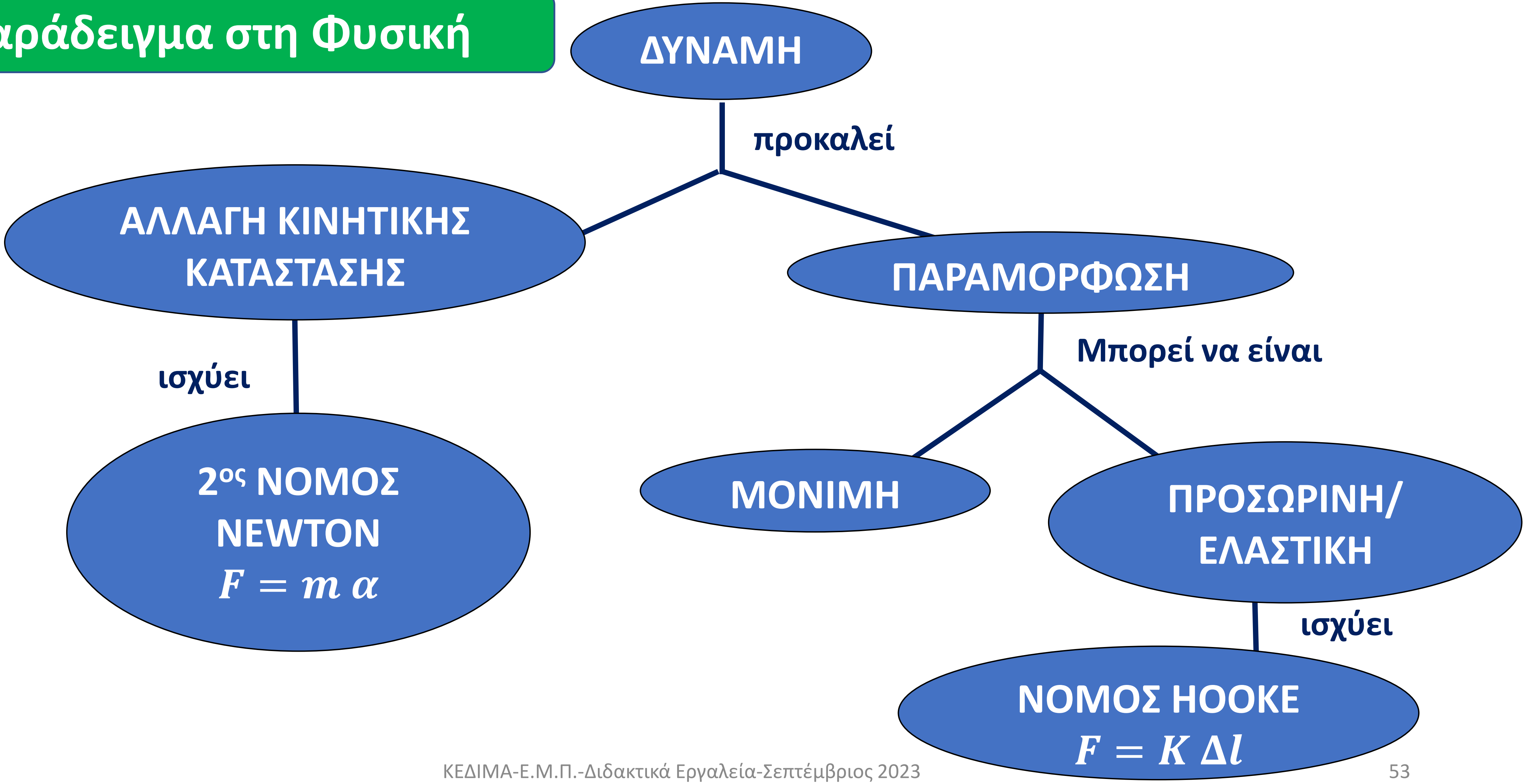
2ος ΝΟΜΟΣ NEWTON
$F = m\,\alpha$



Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)

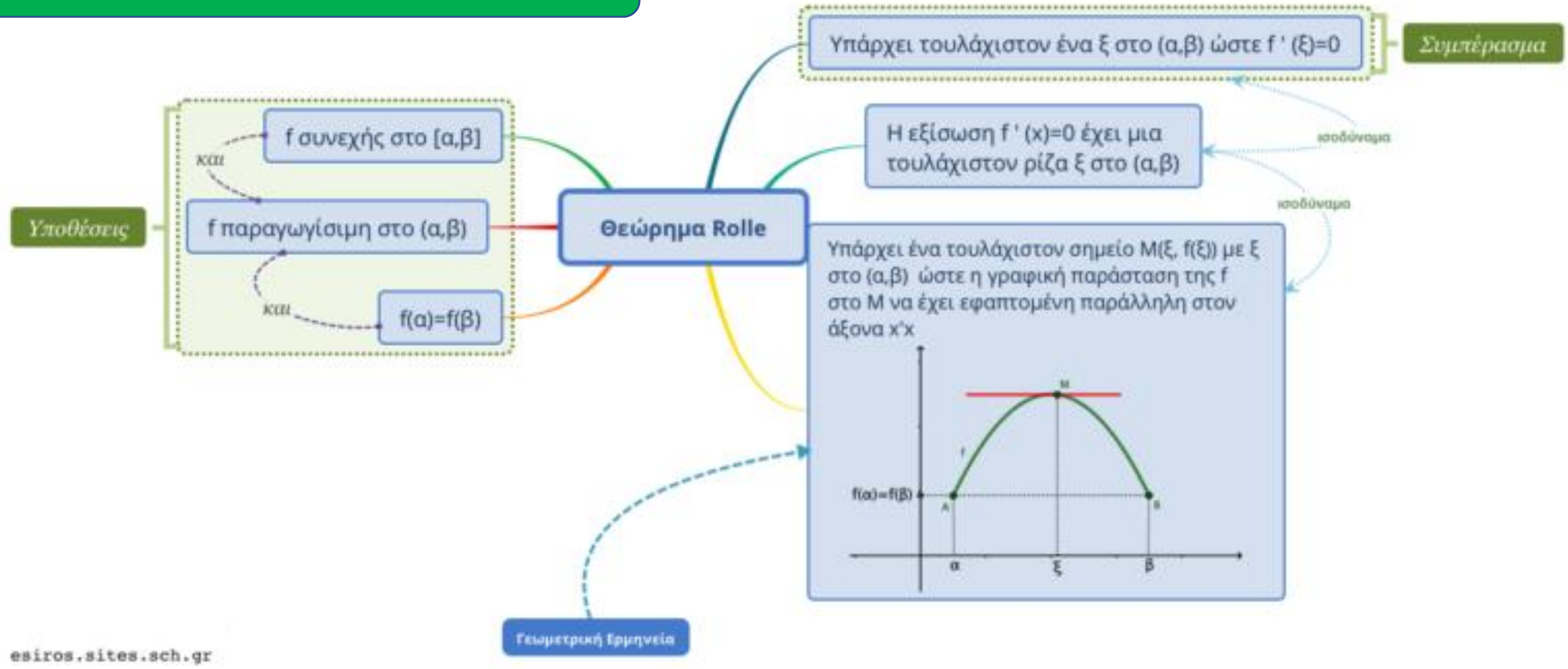


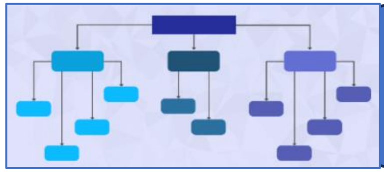
Παράδειγμα στη Φυσική



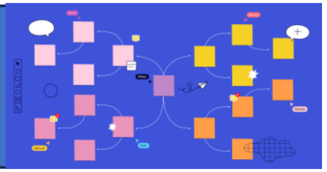
Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)

Παράδειγμα στα Μαθηματικά

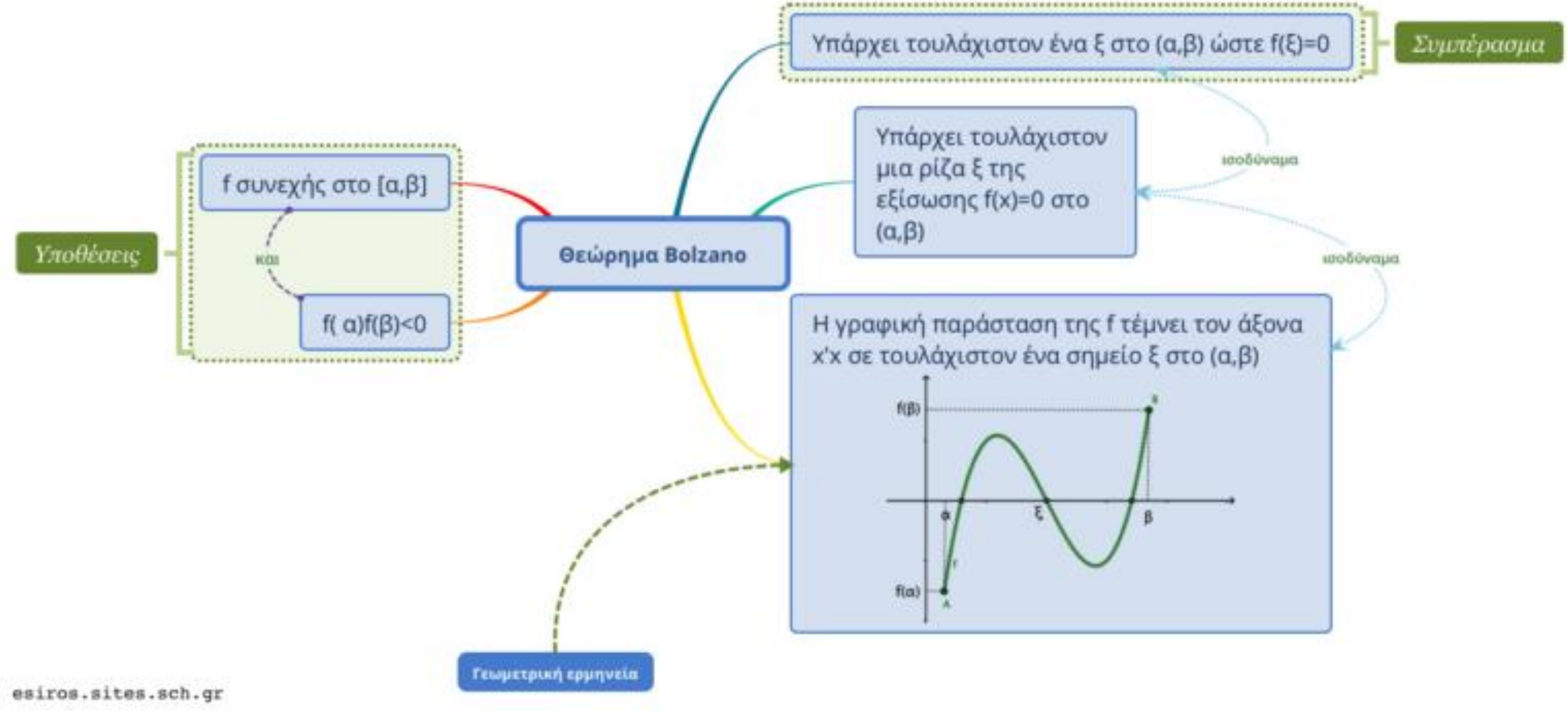




Εννοιολογικοί χάρτες (ΕΧ)



Παράδειγμα στα Μαθηματικά



Βιβλιογραφία

- Brown, J. (1991). *The Laboratory of the Mind. Thought Experiments in the Natural Sciences* Routledge, London.
- Duval R. (1995). *Noésis et Pensée Humaine*, Peter Lang
- Einstein, A. (1917/1961). *Relativity: The Special and the General theory, A popular Exposition*, Grown publishers, New York
- Sorensen, R. (1992). *Thought Experiments*, Oxford University Press, New York and London.
- Αντωνόπουλος Μ., Βουκελάτου Σ., Βασίλα Α., Πιτσιλή-Χατζή Δ. (2013). Οι αντιλήψεις των μαθητών που δεν έχουν διδαχθεί Απειροστικό Λογισμό για το άπειρο, Πρακτικά Συνεδρίου Ε.Μ.Ε.
- Βασιλοπούλου Μ.,(2001). Ο χάρτης εννοιών ως εργαλείο μάθησης. Αθήνα
- Σταυρίδου Ε. (1995) Μοντέλα Φυσικών Επιστημών και διαδικασίες μάθησης, Σαββάλας, Αθήνα
- Χαλκιά Κ., (2010). *Διδάσκοντας Φυσικές Επιστήμες*, Πατάκης, Αθήνα.

Σας ευχαριστούμε!

Θανάσης Βελέντζας
Κάλλια Παυλοπούλου

Ευρωπαϊκή Ένωση
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο

Επιχειρησιακό Πρόγραμμα
Ανάπτυξη Ανθρώπινου Δυναμικού,
Εκπαίδευση και Διά Βίου Μάθηση
Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

ΕΣΠΑ
2014-2020
ανάπτυξη - εργασία - αλληλεγγύη